

## Exercice 1 (obligatoire) – Niveau première (mathématiques)

### Étude d'une production

Sur 8 points

Une entreprise produit et vend du savon. Le savon est présenté sous deux formes : sous forme de bloc de savon ou sous forme de savon liquide.

**Les deux parties de l'exercice peuvent être traitées de manière indépendante.**

#### Partie A Achat par correspondance de blocs de savon

Pour un achat par correspondance, le client paie le prix des savons proportionnel au nombre de savons contenus dans le lot auquel s'ajoute les frais de port fixes c'est-à-dire indépendant du nombre de savons.

Ainsi l'achat par correspondance d'un lot de dix savons coûte 31 euros tout compris et celui d'un lot de trente savons 81 euros tout compris.

**1-** Le prix tout compris est-il proportionnel au nombre de savons ? Pourquoi ?

**2-a-** Vérifier que le prix d'un savon contenu dans le lot est 2,50 €.

**2-b-** Quel est le coût total d'un lot de cinquante savons achetés par correspondance ?

**2-c-** Proposer une formule pour calculer le coût total, noté  $c(n)$ , d'un lot de  $n$  savons, frais de port inclus, où  $n$  est un entier naturel.

**3-** Les clients par correspondance les plus fidèles bénéficient d'une réduction permanente de 10 % sur le prix des savons et de 50 % sur les frais de port.

**3-a-** Quel est le coût total d'une commande par correspondance de trente savons pour un client fidèle ?

**3-b-** Quel est alors le taux de la remise globale obtenue par un client fidèle pour une commande de trente savons ? On arrondira le résultat à 0,1 %.



Modèle CCYC : ©DNE																				
Nom de famille (naissance) : <small>(Suivi s'il y a lieu, du nom d'usage)</small>																				
Prénom(s) :																				
N° candidat :											N° d'inscription :									
 <small>Liberté • Égalité • Fraternité</small> <small>RÉPUBLIQUE FRANÇAISE</small>	<small>(Les numéros figurent sur la convocation.)</small>																			
	Né(e) le :			/			/													

1.1

## Partie B Optimisation de la production de savon liquide

La capacité de production journalière de l'entreprise est de 15 hectolitres de savon liquide. On rappelle qu'un hectolitre est égal à cent litres.

On modélise le coût total, en euro, de fabrication journalière de  $x$  hectolitres de savon liquide par une fonction  $C$  telle que :

$$C(x) = x^3 - 15x^2 + 75x + 100 \text{ où } x \in [0; 15].$$

**4-** Le responsable de la fabrication estime que les coûts fixes journaliers liés à la production de savon liquide s'élèvent à cent euros. A-t-il raison ?

**5-** On admet que  $C$  est dérivable sur  $[0 ; 15]$  et on note  $C'$  la fonction dérivée de la fonction  $C$ .

**5-a-** Calculer  $C'(x)$  pour tout réel  $x$  appartenant à  $[0 ; 15]$ .

**5-b-** Justifier que  $C'(x)$  peut s'écrire sous la forme  $3(x - 5)^2$ .

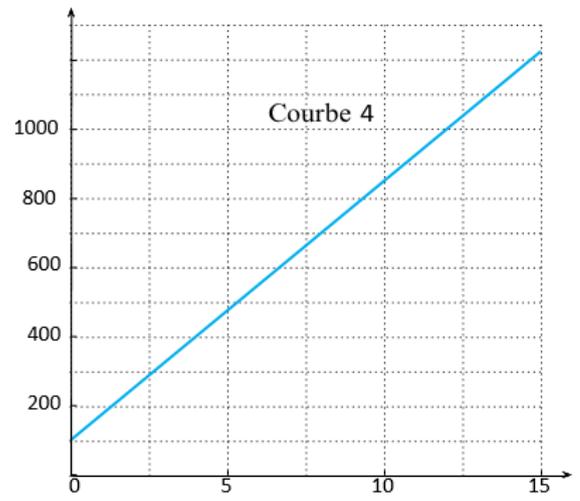
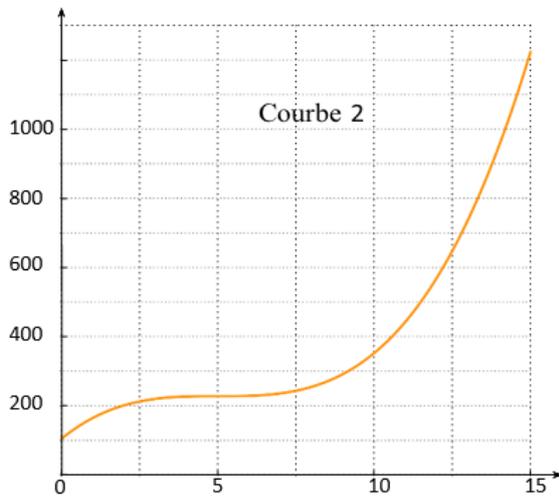
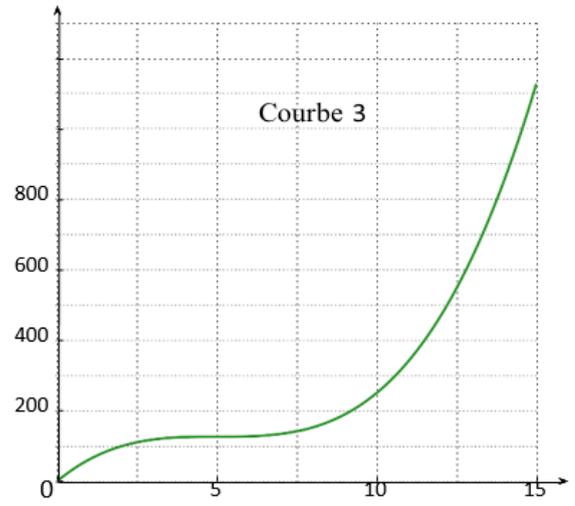
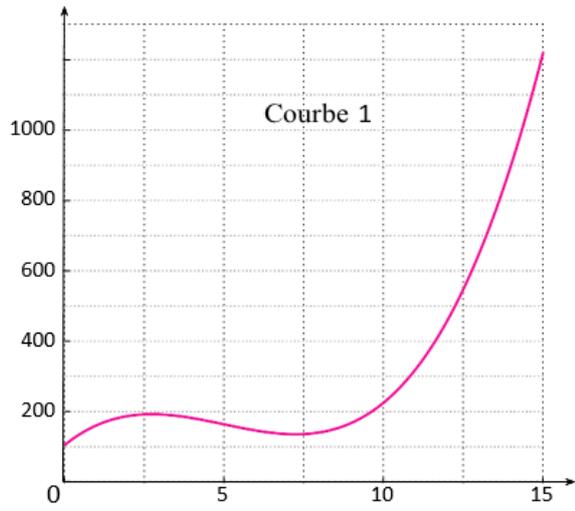
**5-c-** En déduire le sens de variation de la fonction  $C$  sur  $[0 ; 15]$ .

**6-** On donne **sur la page suivante** quatre courbes dont l'une est la représentation graphique de la fonction  $C$  sur  $[0 ; 15]$ .

**6-a-** De quelle courbe s'agit-il ? Justifier la réponse donnée.

**6-b-** Pour des raisons comptables, l'entreprise ne peut engager des coûts de fabrication de plus de 600 euros par jour. Estimer graphiquement, aussi précisément que possible, la capacité de production journalière de savon liquide autorisée, en expliquant la méthode employée.

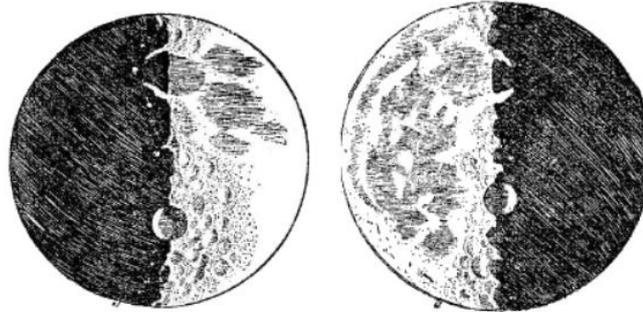








**Figure 1** : dessins de la Lune extraits du livre “Sidereus nuncius” de Galilée.



Situation 1

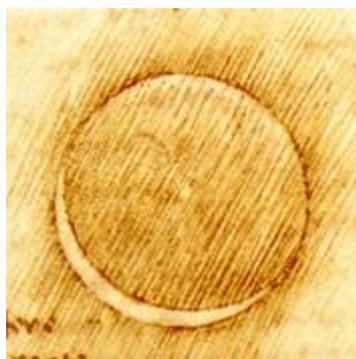
Situation 2

D'après : <https://media4.obspm.fr>

### Document 2. Observations de Léonard de Vinci

Il y a 500 ans de cela, Léonard de Vinci résolut une très ancienne énigme astronomique : l'origine de la lumière cendrée, cette douce lueur qui baigne la partie non éclairée de la Lune.

Peu de gens le savent, mais une des plus grandes manifestations du génie de Léonard de Vinci n'a rien à voir avec la peinture ou l'ingénierie. Il s'agit en fait d'astronomie : il a compris l'origine de la lumière cendrée.



On peut observer la lumière cendrée chaque nuit où la Lune est en croissant au-dessus de l'horizon, au coucher du soleil. Entre les pointes du croissant, vous devinez comme une image fantomatique de la Lune. C'est la lumière cendrée, le reflet sur la partie non éclairée de la Lune de la lumière renvoyée par la Terre.



Modèle CCYC : ©DNE

Nom de famille (naissance) :  
(Suivi s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) :

N° candidat :

N° d'inscription :

(Les numéros figurent sur la convocation.)

Né(e) le :



1.1

Pendant des milliers d'années, les hommes se sont émerveillés devant cette splendeur sans en comprendre la cause. Et il fallut attendre le 16e siècle pour que Léonard de Vinci la comprenne.

Aujourd'hui, la réponse nous paraît évidente. Quand le Soleil se couche sur la Lune, il se produit exactement la même chose que sur Terre : c'est la nuit. Mais pas une nuit noire... Même quand le Soleil est couché, il y a encore une source de lumière dans la nuit lunaire : la Terre bien sûr !

D'après [https://www.cidehom.com/science\\_at\\_nasa.php?\\_a\\_id=224](https://www.cidehom.com/science_at_nasa.php?_a_id=224)

### Document 3. Calendrier du premier semestre 2021

Les disques noirs représentent les dates de nouvelle Lune et les disques blancs la pleine Lune. Ces dates ont été effacées pour le mois de juin.

Janvier	Février	Mars	Avril	Mai	Juin
1 V Jour de l'An	1 L Ela 05	1 L Aubin 09	1 J Hugues	1 S Fête du Travail	1 M Justin
2 S Basile	2 M Chandeleur	2 M Charles le B.	2 V Sandrine	2 D Boris	2 M Blandine
3 D Épiphanie	3 M Blaise	3 M Guénohé	3 S Richard	3 L Phil, Jacq. 18	3 J Kévin
4 L Odilon 01	4 J Véronique	4 J Casimir	4 D Pâques	4 M Sylvain	4 V Clotilde
5 M Edouard	5 V Agathe	5 V Olive	5 L Lundi de Pâques 14	5 M Judith	5 S Igor
6 M Balthazar	6 S Gaston	6 S Colette	6 M Marcellin	6 J Prudence	6 D Norbert
7 J Raymond	7 D Eugénie	7 D Félicité	7 M Jean-B. de la Salle	7 V Gisèle	7 L Gilbert 23
8 V Lucien	8 L Jacqueline 06	8 L Jean de Dieu 10	8 J Julie	8 S Victoire 1945	8 M Médard
9 S Alx	9 M Apolline	9 M Françoise	9 V Gautier	9 D Pacôme	9 M Diane
10 D Guillaume	10 M Arnaud	10 M Vivien	10 S Fulbert	10 L Solange 19	10 J Landry
11 L Paulin 02	11 J N.-D. Lourdes	11 J Rosine	11 D Stanislas	11 M Estelle	11 V Barnabé
12 M Tatiana	12 V Félix	12 V Justine	12 L Jules 15	12 M Achille	12 S Guy
13 M Yvette	13 S Béatrice	13 S Rodrigue	13 M Ida	13 D Ascension	13 D Antoine de P.
14 J Nina	14 D Valentin	14 D Mathilde	14 M Maxime	14 V Matthias	14 L Elsie 24
15 V Rémi	15 L Claude 07	15 L Louise 11	15 J Pateme	15 S Denise	15 M Germaine
16 S Marcel	16 M Mardi gras	16 M Bénédicte	16 V Benoît-Joseph	16 D Honoré	16 M Aurélien
17 D Roseline	17 M Alexis	17 M Patrice	17 S Anicet	17 L Pascal 20	17 J Hervé
18 L Prisca 03	18 J Bernadette	18 J Cyrille	18 D Parfait	18 M Éric	18 V Léonce
19 M Marius	19 V Gabin	19 V Joseph	19 L Emma 16	19 M Yves	19 S Romuald
20 M Sébastien	20 S Aimée	20 S Alessandra	20 M Odette	20 J Bernardin	20 D Fête des Pères
21 J Agnès	21 D P. Damien	21 D Clémence	21 M Anselme	21 V Constantin	21 L Rodolphe 25
22 V Vincent	22 L Isabelle 08	22 L Léa 12	22 J Alexandre	22 S Emile	22 M Alban
23 S Barnard	23 M Lazare	23 M Victorien	23 V Georges	23 D Pentecôte	23 M Audrey
24 D Fr. de Sales	24 M Modeste	24 M Cath. de Suède	24 S Fidèle	24 L Lundi de Pentecôte 21	24 J Jean-Baptiste
25 L Conv. S. Paul 04	25 J Roméo	25 J Humbert	25 D Marc	25 M Sophie	25 V Prosper
26 M Paule	26 V Nestor	26 V Larissa	26 L Aïda 17	26 M Bérenger	26 S Annelme
27 M Angèle	27 S Honorine	27 S Habib	27 M Zita	27 J Augustin	27 D Fernand
28 J Th. d'Aquin, Maureen	28 D Romain	28 D Rameaux	28 M Jour du Souv.	28 V Germain	28 L Irénée 26
29 V Gildas		29 L Gwladys 13	29 J Cath. de St.	29 S Aymar	29 M Pierre, Paul
30 S Martine		30 M Amédée	30 V Robert	30 D Fête des Mères	30 M Martial
31 D Marcelle		31 M Benjamin		31 L Visitation 22	

Source : <https://www.lecalendrier.fr>



### 1- Les observations de Galilée (document 1)

**1-a-** Pour les deux situations (notées Situation 1 et Situation 2) dessinées par Galilée sur la figure 1, représenter sur un schéma les positions de la Terre, de la Lune et du Soleil.

**1-b-** Dessiner ce que Galilée aurait observé dans les deux situations de la figure 1 si la surface de la Lune était parfaitement lisse.

**1-c-** Galilée a pu aisément comparer les observations qu'il a réalisées à différents moments de l'année parce que la Lune présente toujours la même face à la Terre.

Voici plusieurs propositions pour expliquer ce phénomène :

- (a) la Lune tourne sur elle-même avec la même période que celle de son mouvement de rotation autour du Soleil ;
- (b) la Lune tourne sur elle-même avec la même période que celle de son mouvement de rotation autour de la Terre ;
- (c) la Lune ne tourne pas sur elle-même tout en tournant autour de la Terre,
- (d) la Lune reste fixe dans le ciel pour un observateur terrestre.

Recopier sur votre copie la bonne explication ; justifier votre réponse en vous appuyant sur un schéma clair.

### 2- Les observations de Léonard de Vinci

**2-a-** Schématiser, sans souci d'échelle, les positions relatives de la Lune, du Soleil et de la Terre dans la situation décrite par Léonard de Vinci dans le document 2.

**2-b-** À partir du document 2 et du schéma réalisé dans la question précédente, expliquer comment un individu, sur Terre, peut observer la lumière cendrée de la Lune.

**2-c-** Expliquer en quoi l'observation de la lumière cendrée montre que l'albedo de la Terre n'est pas nul.

### 3- Période favorable à l'observation de la lumière cendrée

**3-a-** À partir des données figurant sur le calendrier du document 3, calculer la durée moyenne, en jour, de l'intervalle de temps qui sépare deux pleines lunes successives.

**3-b-** En décrivant avec précision le raisonnement utilisé, déterminer une période de 10 jours a priori favorables à l'observation de la lumière cendrée pendant le mois de juin 2021.



Modèle CCYC : ©DNE

Nom de famille (naissance) :

(Suivi s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) :

N° candidat :

N° d'inscription :



Né(e) le :

(Les numéros figurent sur la convocation.)

1.1

### Exercice 3 (au choix) – Niveau première

Thème « Le Soleil, notre source d'énergie »

#### Le rayonnement solaire reçu sur Terre

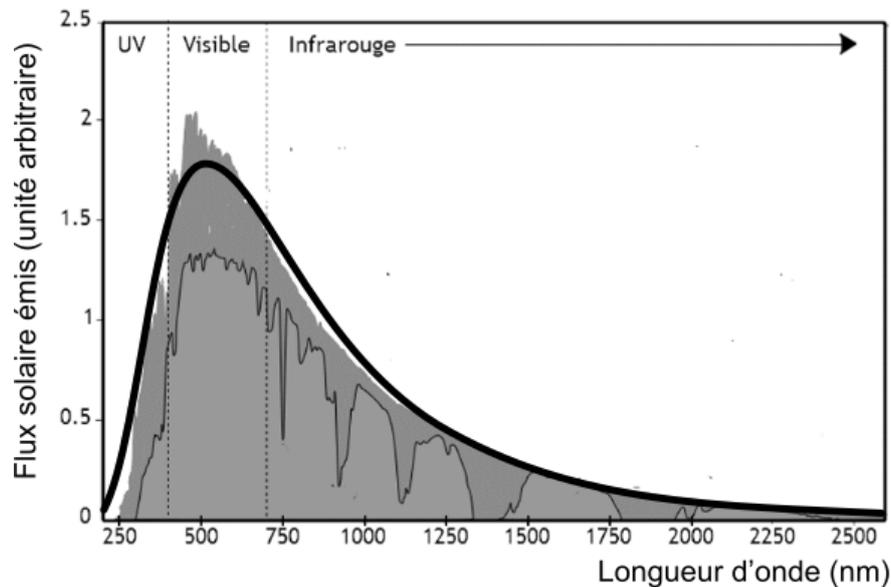
Sur 12 points

L'exercice s'intéresse aux caractéristiques du rayonnement solaire reçu sur Terre.

Donnée : la vitesse de propagation de la lumière dans le vide vaut  $c = 3,0 \times 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .

#### PARTIE A. TEMPÉRATURE DE LA SURFACE DU SOLEIL

Document 1. Spectre du rayonnement émis par le Soleil.



Le spectre de corps noir modélisant au mieux le spectre d'émission solaire est indiqué sur la courbe en trait épais.

Source : AbulÉdu-fr



1- Selon la loi de Wien, la longueur d'onde d'émission maximale d'un corps noir est inversement proportionnelle à la température absolue de la surface d'une étoile selon la formule :

$$\lambda_{\max} = \frac{k}{T}$$

où  $\lambda_{\max}$  représente la longueur d'onde du maximum d'émission (exprimée en mètres),  $k$  est une constante de valeur  $2,89 \times 10^{-3} \text{ m}\cdot\text{K}$  et  $T$  représente la température absolue (exprimée en kelvins).

À l'aide de ces informations et du document 1, déterminer la température de surface du Soleil.

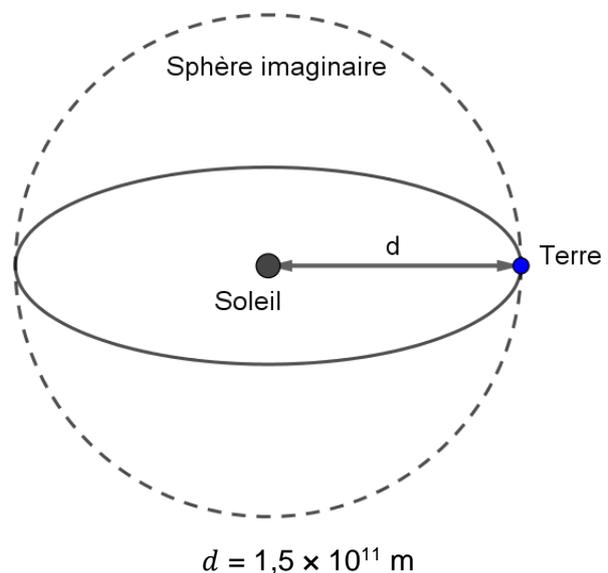
## PARTIE B. ÉNERGIE SOLAIRE REÇUE PAR LA TERRE

### Document 2. Modélisation permettant le calcul de la puissance rayonnée

À une distance donnée du Soleil, la totalité de la puissance émise par le Soleil se trouve uniformément répartie sur une sphère de rayon égal à cette distance.

Sur le schéma ci-contre, la Terre et le Soleil ne sont pas représentés à l'échelle.

On rappelle que l'aire d'une sphère de rayon  $d$  est  $S = 4\pi d^2$  et que l'aire d'un disque de rayon  $R$  est  $S_{\text{disque}} = \pi R^2$ .



2- Le rayonnement solaire met en moyenne 500 s à nous parvenir depuis le Soleil. Montrer que la distance moyenne Soleil-Terre est  $d = 1,5 \times 10^{11} \text{ m}$ .



Modèle CCYC : ©DNE

Nom de famille (naissance) :

(Suivi s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) :

N° candidat :  N° d'inscription :

(Les numéros figurent sur la convocation.)

Né(e) le :  /  /



1.1

**3-** La constante solaire exprime la puissance émise par le Soleil que recevrait un mètre carré de la surface terrestre exposé directement aux rayons du Soleil si l'atmosphère terrestre n'existait pas, la surface étant perpendiculaire aux rayons solaires. Elle varie au cours de l'année. Sa moyenne annuelle est de  $1\,370\text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$ .

En s'appuyant sur le document 2 et la valeur de la constante solaire, calculer la puissance totale rayonnée par le Soleil.

**4-** La Terre intercepte le rayonnement solaire sur une surface correspondant à un disque de rayon  $R = 6\,400\text{ km}$ .

Calculer l'aire de cette surface, exprimée en  $\text{m}^2$ .

**5-** Montrer par le calcul que la puissance solaire reçue par la Terre (en dehors de l'atmosphère) d'après ce modèle est voisine de  $1,77 \times 10^{17}\text{ W}$ .

**6-** Expliquer pourquoi la puissance solaire reçue par unité de surface terrestre n'est pas uniforme à la surface de la Terre. Il est recommandé de s'appuyer sur un schéma.

