

## Exercice 1 (obligatoire) – Niveau première (mathématiques)

### Étude d'une production

Sur 8 points

Une entreprise produit et vend du savon. Le savon est présenté sous deux formes : sous forme de bloc de savon ou sous forme de savon liquide.

**Les deux parties de l'exercice peuvent être traitées de manière indépendante.**

#### Partie A Achat par correspondance de blocs de savon

Pour un achat par correspondance, le client paie le prix des savons proportionnel au nombre de savons contenus dans le lot auquel s'ajoute les frais de port fixes c'est-à-dire indépendant du nombre de savons.

Ainsi l'achat par correspondance d'un lot de dix savons coûte 31 euros tout compris et celui d'un lot de trente savons 81 euros tout compris.

**1-** Le prix tout compris est-il proportionnel au nombre de savons ? Pourquoi ?

**2-a-** Vérifier que le prix d'un savon contenu dans le lot est 2,50 €.

**2-b-** Quel est le coût total d'un lot de cinquante savons achetés par correspondance ?

**2-c-** Proposer une formule pour calculer le coût total, noté  $c(n)$ , d'un lot de  $n$  savons, frais de port inclus, où  $n$  est un entier naturel.

**3-** Les clients par correspondance les plus fidèles bénéficient d'une réduction permanente de 10 % sur le prix des savons et de 50 % sur les frais de port.

**3-a-** Quel est le coût total d'une commande par correspondance de trente savons pour un client fidèle ?

**3-b-** Quel est alors le taux de la remise globale obtenue par un client fidèle pour une commande de trente savons ? On arrondira le résultat à 0,1 %.

Modèle CCYC : ©DNE

Nom de famille (naissance) :

(Suivi s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) :

N° candidat :  N° d'inscription :

(Les numéros figurent sur la convocation.)

Né(e) le :  /  /



RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

1.1

## Partie B Optimisation de la production de savon liquide

La capacité de production journalière de l'entreprise est de 15 hectolitres de savon liquide. On rappelle qu'un hectolitre est égal à cent litres.

On modélise le coût total, en euro, de fabrication journalière de  $x$  hectolitres de savon liquide par une fonction  $C$  telle que :

$$C(x) = x^3 - 15x^2 + 75x + 100 \text{ où } x \in [0; 15].$$

**4-** Le responsable de la fabrication estime que les coûts fixes journaliers liés à la production de savon liquide s'élèvent à cent euros. A-t-il raison ?

**5-** On admet que  $C$  est dérivable sur  $[0 ; 15]$  et on note  $C'$  la fonction dérivée de la fonction  $C$ .

**5-a-** Calculer  $C'(x)$  pour tout réel  $x$  appartenant à  $[0 ; 15]$ .

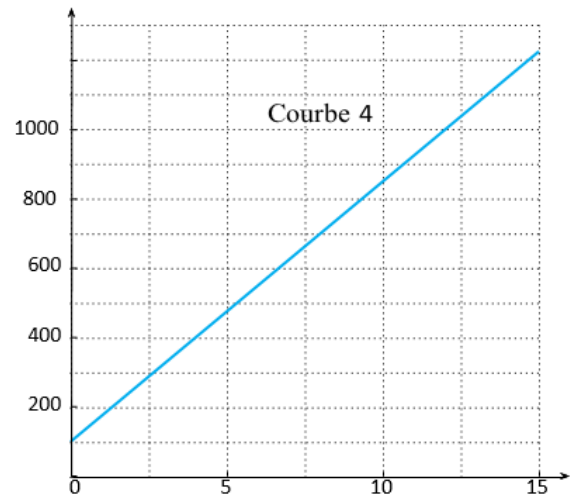
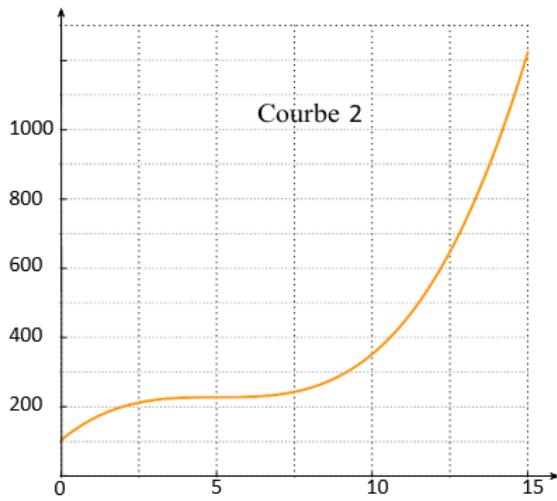
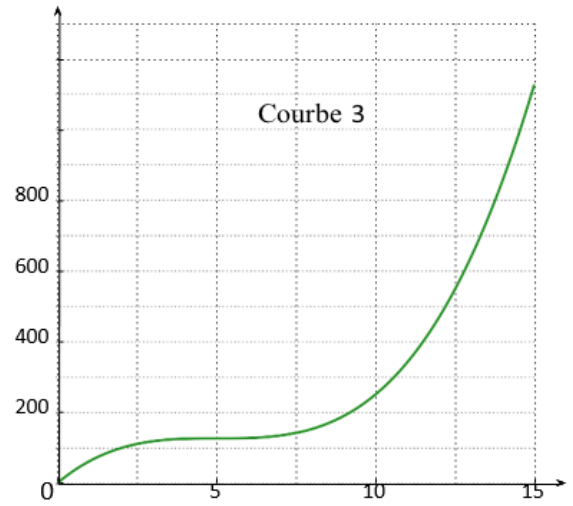
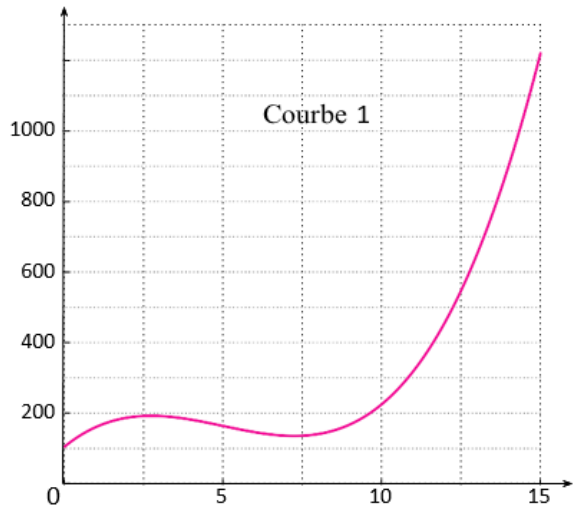
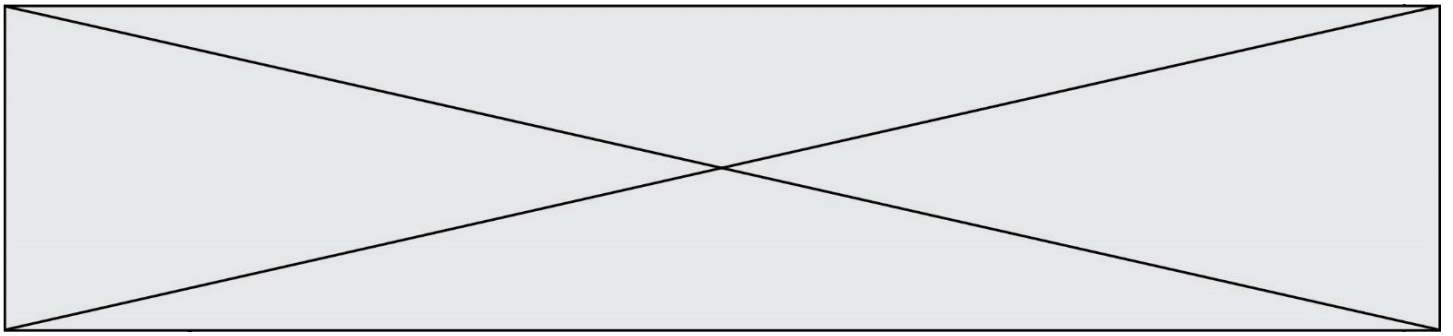
**5-b-** Justifier que  $C'(x)$  peut s'écrire sous la forme  $3(x - 5)^2$ .

**5-c-** En déduire le sens de variation de la fonction  $C$  sur  $[0 ; 15]$ .

**6-** On donne **sur la page suivante** quatre courbes dont l'une est la représentation graphique de la fonction  $C$  sur  $[0 ; 15]$ .

**6-a-** De quelle courbe s'agit-il ? Justifier la réponse donnée.

**6-b-** Pour des raisons comptables, l'entreprise ne peut engager des coûts de fabrication de plus de 600 euros par jour. Estimer graphiquement, aussi précisément que possible, la capacité de production journalière de savon liquide autorisée, en expliquant la méthode employée.







- 3- À l'aide du document 1, déterminer la valeur de la demi-vie de l'iode 123.  
Expliquer succinctement la méthode utilisée.
- 4- Indiquer la proportion de noyaux restant au bout de 48 h.

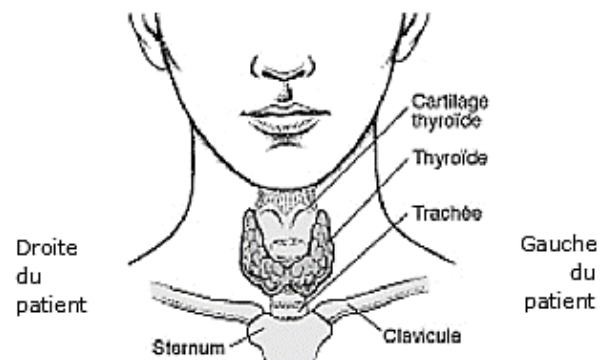
## Partie 2 – Anomalie de la thyroïde

### Document 2 – Description de la thyroïde

La thyroïde est une petite glande d'environ 5 cm de diamètre, en forme de papillon, située sous la peau du cou et au-dessous de la pomme d'Adam. Cet organe fabrique des hormones indispensables au bon fonctionnement de l'organisme.

Pour fabriquer les hormones thyroïdiennes, la thyroïde intègre dans ses cellules l'iode contenu dans l'eau et les aliments.


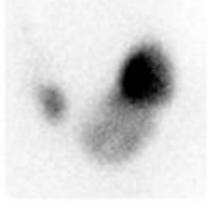
Localisation de la thyroïde (face antérieure)



Source : d'après <https://www.msmanuals.com>

### Document 3 – Principe et résultats de scintigraphie de la thyroïde de deux patients

Pour réaliser une scintigraphie, le médecin injecte au patient une solution d'iode 123 qui se fixe principalement sur les cellules de la thyroïde. Les rayonnements gamma émis par l'iode radioactif sont enregistrés par une caméra spécifique : sur l'image, les cellules apparaissent alors grisées. Ainsi, chez un patient

Patient 1	droite		gauche
		Face antérieure	
Patient 2	droite		gauche
		Face antérieure	





### Exercice 3 (au choix) – Niveau première

Thème « La Terre, un astre singulier »

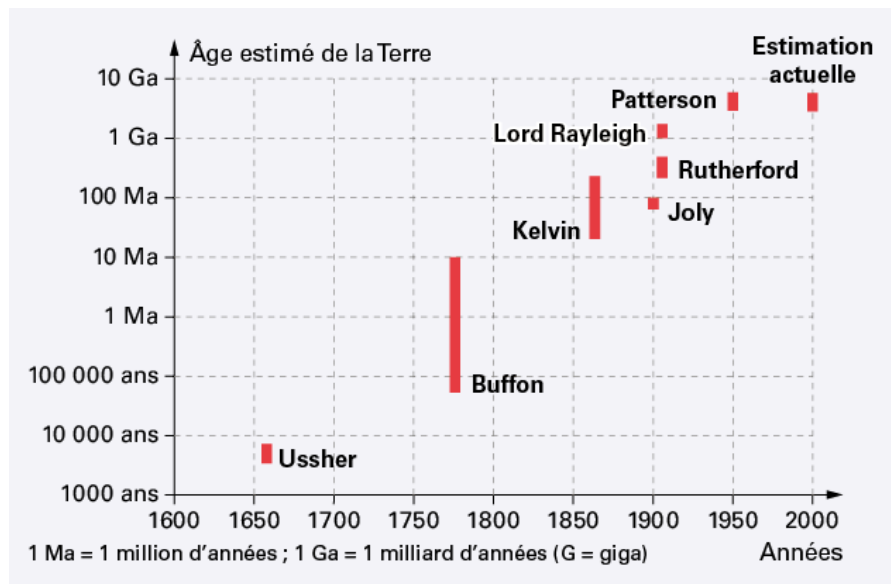
#### Datation de l'âge d'une roche

Sur 12 points

La datation de la Terre a été au cœur de multiples controverses au sein de la communauté scientifique.

Comme de nombreux scientifiques au XX<sup>e</sup> siècle, on cherche dans cet exercice à dater un granite. Les granites sont des roches magmatiques issues du refroidissement lent d'un magma. Ils n'apparaissent en surface qu'après érosion de tout ce qui les recouvrait.

#### Document 1 – Estimation de l'âge de la Terre par différents scientifiques



Source : <https://www.digischool.fr/cours/l-histoire-de-l-age-de-la-terre>

Par exemple, Buffon donne un âge de la Terre situé entre environ 75 000 ans et 10 Ma.

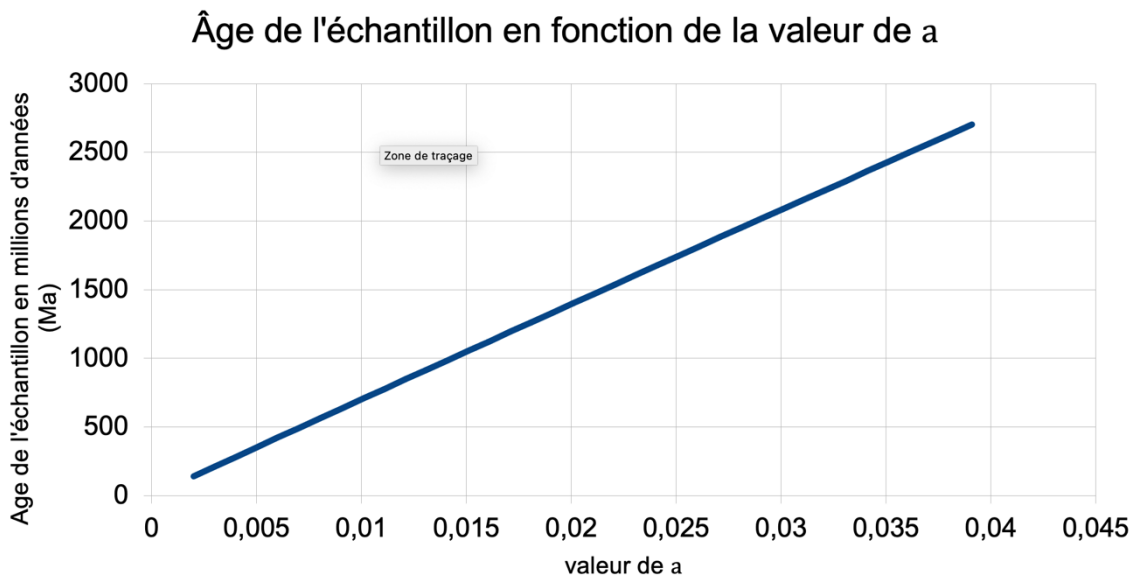






### Document 5 – Datation d'un granite

L'âge de la roche à dater dépend du coefficient directeur  $a$  de la droite isochrone obtenue en représentant  $^{87}\text{Sr}/^{86}\text{Sr}$  en fonction de  $^{87}\text{Rb}/^{86}\text{Sr}$ , comme l'illustre le graphique ci-dessous.



- 1- Recopier sur votre feuille la réponse exacte :
  - a) D'après Kelvin, la Terre a 100 Ma
  - b) D'après Kelvin, la Terre a 1860 ans
  - c) D'après Kelvin, la Terre a entre 40 Ma et 200 Ma.
- 2- Nommer le phénomène physique sur lequel repose le raisonnement de Kelvin.
- 3- D'après le document 1, préciser quelles évolutions de l'estimation de l'âge de la Terre on peut noter entre l'estimation de Kelvin et celle actuelle.
- 4- Proposer une explication en s'appuyant sur le document 2 qui montre les limites du raisonnement de Kelvin.
- 5- D'après le document 3, trouver deux arguments pour justifier que le couple  $^{87}\text{Rb}/^{86}\text{Sr}$  peut être utilisé pour dater l'âge de la Terre.

Modèle CCYC : ©DNE

**Nom de famille** (naissance) :


(Suivi s'il y a lieu, du nom d'usage)

**Prénom(s)** :

**N° candidat** :  **N° d'inscription** :

(Les numéros figurent sur la convocation.)

**Né(e) le** :  /  /



1.1

On se propose maintenant de dater un morceau de granite trouvé à la surface de la Terre avec le couple  $^{87}\text{Rb}/^{86}\text{Sr}$ .

- 6- Placer les points correspondants au document 4 sur le graphique, proposé en annexe, puis tracer une droite appelée droite isochrone, passant au plus près de tous les points.
- 7- Montrer que le coefficient directeur de la droite tracée est environ égal à 0,025.
- 8- À l'aide du document 5, estimer l'âge de ce granite.
- 9- Préciser si ce granite s'est formé au même moment que la Terre. Justifier.
- 10- Discuter de la possibilité de dater l'âge de la Terre avec des échantillons de roches terrestres.

