CLASSE : Terminale	**EXERCICE C** : au choix du candidat (5 points)
VOIE : ☒ Générale	**ENSEIGNEMENT : physique-chimie**
DURÉE DE L'ÉPREUVE : 0h53	**CALCULATRICE AUTORISÉE :** ☒Oui sans mémoire, « type collège »

EXERCICE C au choix du candidat

Défibrillateur cardiaque (5 points)

Q1.

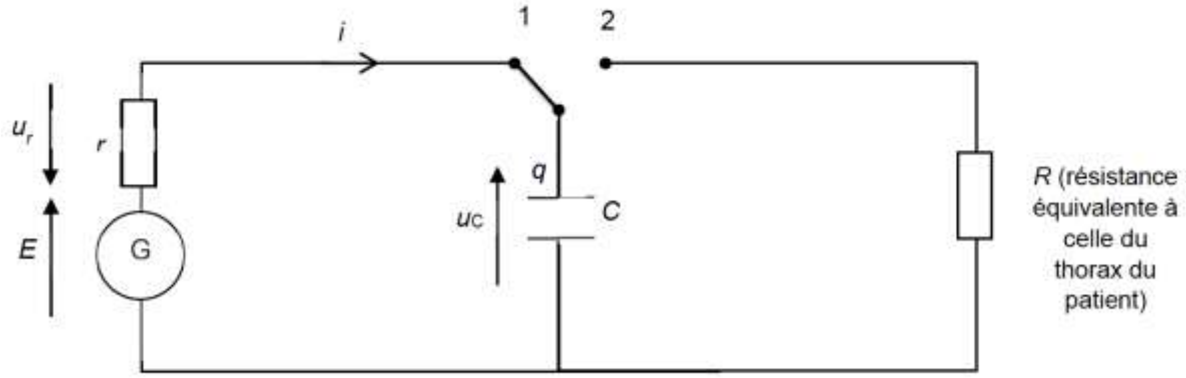


Figure 1. Schéma électrique simplifié d'un défibrillateur cardiaque

L'interrupteur est basculé en position 1 pour réaliser la charge du condensateur.

Q2.

D'après la loi d'additivité des tensions ou loi des mailles :

$U_C(t) + U_r(t) = E$

or $U_r(t) = r \times i$

$U_C(t) + r \times i = E$

Or $i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$

$U_C(t) + r \times \frac{dq(t)}{dt} = E$

Or $q(t) = C \times U_C(t)$

$U_C(t) + r \times \frac{d(CU_C(t))}{dt} = E$

$U_C(t) + rC\frac{dU_C(t)}{dt} = E$

$rC\frac{dU_C(t)}{dt} + U_C(t) = E$

Q3.

Vérifions que la solution de cette équation différentielle est de la forme :

$U_C(t) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_{charge}}}\right)$

-Dérivons $U_C(t)$:

$$\frac{dU_C(t)}{dt} = E \times -\left(\frac{-1}{\tau_{charge}}\right) e^{-\frac{t}{\tau_{charge}}}$$

$$\frac{dU_C(t)}{dt} = \frac{E}{\tau_{charge}} e^{-\frac{t}{\tau_{charge}}}$$

-Remplaçons $U_C(t)$ et $\frac{dU_C(t)}{dt}$ dans l'équation :

$$rC\frac{dU_C(t)}{dt} + U_C(t) = E$$

$$rC\frac{E}{\tau_{charge}} e^{-\frac{t}{\tau_{charge}}} + E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_{charge}}}\right) = E$$

$$rC\frac{E}{\tau_{charge}} e^{-\frac{t}{\tau_{charge}}} + E - Ee^{-\frac{t}{\tau_{charge}}} = E$$

$$Ee^{-\frac{t}{\tau_{charge}}} \times \left(\frac{rC}{\tau_{charge}} - 1\right) + E = E$$

$$Ee^{-\frac{t}{\tau_{charge}}} \times \left(\frac{rC}{\tau_{charge}} - 1\right) = 0$$

Un produit de facteur est nul si un de ses facteurs est nul :

$$\frac{rC}{\tau_{charge}} - 1 = 0$$

$$\frac{rC}{\tau_{charge}} = 1$$

$$\tau_{charge} = rC$$

La solution de cette équation différentielle est de la forme : $U_C(t) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_{charge}}}\right)$ avec $\tau_{charge} = rC$

Analyse dimensionnelle :

$$[\tau_{charge}] = [r][C]$$

Avec

$$[r] = \frac{[U]}{[i]}$$

Et

$$[C] = \frac{[q]}{[U]}$$

$$[\tau_{charge}] = \frac{[U]}{[i]}\frac{[q]}{[U]}$$

$$[\tau_{charge}] = \frac{[q]}{[i]}$$

Avec $[i] = \frac{[q]}{[T]}$

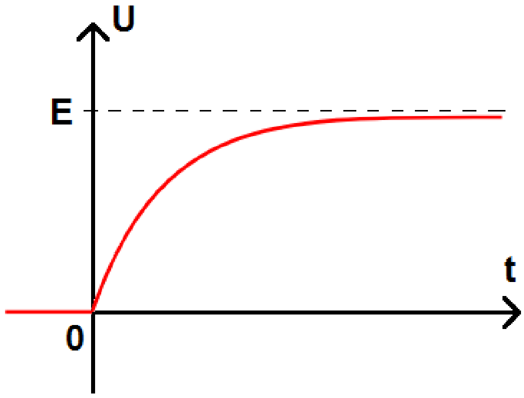
$$[\tau_{charge}] = \frac{[q]}{\frac{[q]}{[T]}}$$

$$[\tau_{charge}] = [T]$$

$[\tau_{charge}] = s$

L'unité de τ_{charge} est la seconde.

Q4.



$$U_C(t=0) = E\left(1 - e^{-\frac{0}{\tau_{charge}}}\right)$$
$$U_C(t=0) = E(1-1)$$
$$U_C(t=0) = 0\ V$$

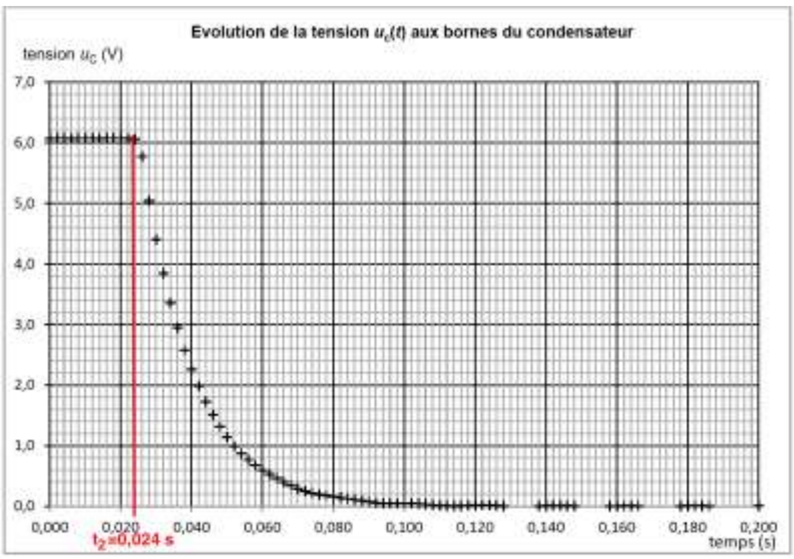
$$U_C(t=\infty) = E\left(1 - e^{-\frac{\infty}{\tau_{charge}}}\right)$$
$$U_C(t=\infty) = E(1-0)$$
$$U_C(t=\infty) = E$$

Q5.

$$U_C(t=5\tau_{charge}) = E\left(1 - e^{-\frac{5\tau_{charge}}{\tau_{charge}}}\right)$$
$$U_C(t=5\tau_{charge}) = E(1 - e^{-5})$$
$$U_C(t=5\tau_{charge}) = 0{,}99E$$

Q6.

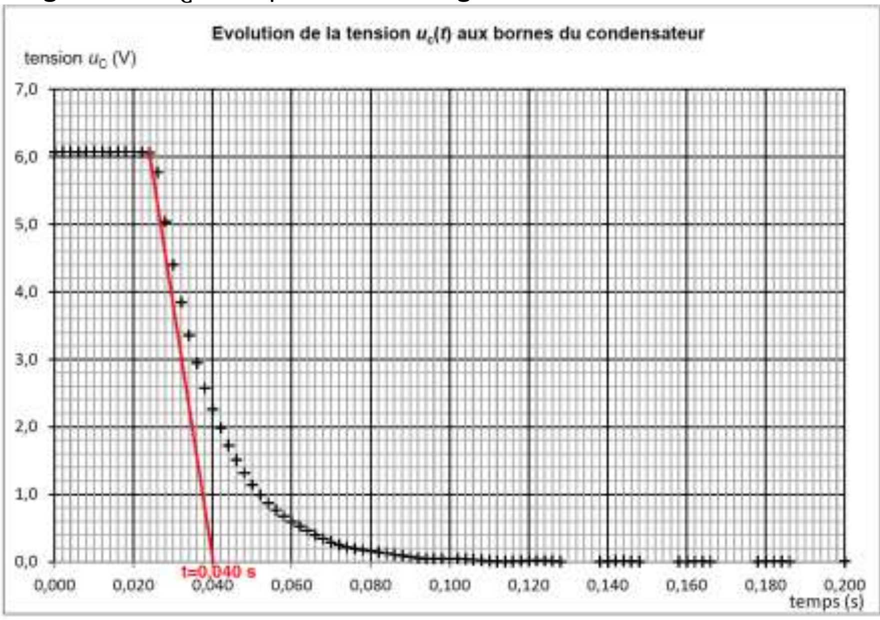
t_2 est l'instant ou l'interrupteur à été basculé de la position 1 à la position 2. t_2 correspond au moment ou le condensateur commence à se décharger. Graphiquement t_2=0,024 s



Q7.

La constante de temps $\tau = RC$, peut être déterminée graphiquement :

On trace la tangente à la courbe à t=0 et on regarde l'abscisse du point d'intersection entre cette tangente et $U_C = 0$ pour la décharge.



On trouve $t = 0{,}040$ s

$t = t_2 + \tau_{graph}$

$\tau_{graph} = t - t_2$

$\tau_{graph} = 0{,}040 - 0{,}024$

$\tau_{graph} = 0{,}016$ s

$\tau = RC$

$\tau = 10.10^3 \times 1{,}5.10^{-6}$

$\tau = 0{,}015$ s

Les deux valeurs sont compatibles.

Q8.

$50\Omega < R < 150\Omega$

Or

$\tau = RC$

$50 \times 170.10^{-6} < \tau < 150 \times 170.10^{-6}$

$8{,}5.10^{-3}\text{s} < \tau < 2{,}6.10^{-2}\text{s}$

Pour $t = 5\tau$, le condensateur est complètement déchargé

$8{,}5.10^{-3} \times 5 < t < 2{,}6.10^{-2} \times 5$

$4{,}2.10^{-2}\text{s} < t < 0{,}13\ s$

Le condensateur est complètement déchargé pour un temps compris entre $4{,}2.10^{-2}$s et $0{,}13$ s