

CLASSE : Terminale

EXERCICE B : au choix du candidat (10 points)

VOIE :  Générale

ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ: Sciences de l'ingénieur- Partie Sciences physiques

DURÉE DE L'EXERCICE : 30 min

CALCULATRICE AUTORISÉE :  Oui « type collègue »

**EXERCICE B – La fermentation lactique du yaourt (10 points)**

**Q1.**

Le transfert thermique s'effectue du corps chaud vers le corps froid.

Le lait est chauffé à  $T_0$  et la température de l'air est  $T_{\text{ext}}$ .

Le transfert thermique s'effectue du système {récipient + lait} vers l'air.

**Q2.**

$$\Delta U = C \times \Delta T$$

$$\Delta U = C \times (T(t + \Delta t) - T(t))$$

La température diminue donc

$$T(t + \Delta t) < T(t)$$

$$T(t + \Delta t) - T(t) < 0$$

$$\Delta U < 0$$

Le système perd de l'énergie.

**Q3.**

$$Q = h \times S \times (T_{\text{ext}} - T(t)) \times \Delta t$$

$$\text{et } Q = \Delta U = C \times (T(t + \Delta t) - T(t))$$

$$h \times S \times (T_{\text{ext}} - T(t)) \times \Delta t = C \times (T(t + \Delta t) - T(t))$$

$$h \times S \times (T_{\text{ext}} - T(t)) = C \times \frac{(T(t + \Delta t) - T(t))}{\Delta t}$$

$$h \times S \times (T_{\text{ext}} - T(t)) = C \times \frac{\Delta T}{\Delta t}$$

$$\text{Quand } \Delta t \rightarrow 0, \frac{\Delta T}{\Delta t} \rightarrow \frac{dT}{dt}$$

$$h \times S \times (T_{\text{ext}} - T(t)) = C \times \frac{dT}{dt}$$

$$h \times S \times T_{\text{ext}} - h \times S \times T(t) = C \times \frac{dT}{dt}$$

$$\frac{h \times S}{C} \times T_{\text{ext}} = \frac{dT}{dt} + \frac{h \times S}{C} \times T(t)$$

$$\frac{dT}{dt} + \frac{h \times S}{C} \times T(t) = \frac{h \times S}{C} \times T_{\text{ext}}$$

On obtient une équation différentielle de la forme :

$$\frac{dT}{dt} + \frac{1}{\tau} \times T(t) = \frac{1}{\tau} \times T_{\text{ext}}$$

Avec, par identification :

$$\frac{1}{\tau} = \frac{h \times S}{C}$$

$$\tau = \frac{C}{h \times S}$$

Q4.

$$T(t) = (T_0 - T_{\text{ext}}) \times e^{-\frac{t}{\tau}} + T_{\text{ext}}$$

$$y = 29 \times e^{-\frac{x}{38}} + 27$$

Par identification:

- $T(t) = y$
- $T_0 - T_{\text{ext}} = 29$
- $t = x$
- $\tau = 38 \text{ min}$  (temps en minutes (x))
- $T_{\text{ext}} = 27$

$$T_0 - T_{\text{ext}} = 29$$

$$T_0 = 29 + T_{\text{ext}}$$

$$T_0 = 29 + 27$$

$$T_0 = 56 \text{ }^\circ\text{C}$$

Q5.

Cette étape de fabrication est optimale à une température comprise entre 42 °C et 45 °C et doit durer au minimum entre 3 et 4 heures.

Trouvons le temps correspondant à ces températures et déduisons la durée entre les deux températures.

$$T(t) = (T_0 - T_{\text{ext}}) \times e^{-\frac{t}{\tau}} + T_{\text{ext}}$$

$$(T_0 - T_{\text{ext}}) \times e^{-\frac{t}{\tau}} + T_{\text{ext}} = T(t)$$

$$(T_0 - T_{\text{ext}}) \times e^{-\frac{t}{\tau}} = T(t) - T_{\text{ext}}$$

$$e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{T(t) - T_{\text{ext}}}{T_0 - T_{\text{ext}}}$$

$$\ln\left(e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = \ln\left(\frac{T(t) - T_{\text{ext}}}{T_0 - T_{\text{ext}}}\right)$$

$$-\frac{t}{\tau} = \ln\left(\frac{T(t) - T_{\text{ext}}}{T_0 - T_{\text{ext}}}\right)$$

$$t = -\tau \times \ln\left(\frac{T(t) - T_{\text{ext}}}{T_0 - T_{\text{ext}}}\right)$$

$$t_{42^\circ\text{C}} = -38 \times \ln\left(\frac{42 - 27}{56 - 27}\right)$$

$$t_{42^\circ\text{C}} = 25 \text{ min}$$

$$t_{45^\circ\text{C}} = -38 \times \ln\left(\frac{45 - 27}{56 - 27}\right)$$

$$t_{45^\circ\text{C}} = 18 \text{ min}$$

$$\Delta t = t_{42^\circ\text{C}} - t_{45^\circ\text{C}}$$

$$\Delta t = 25 - 18$$

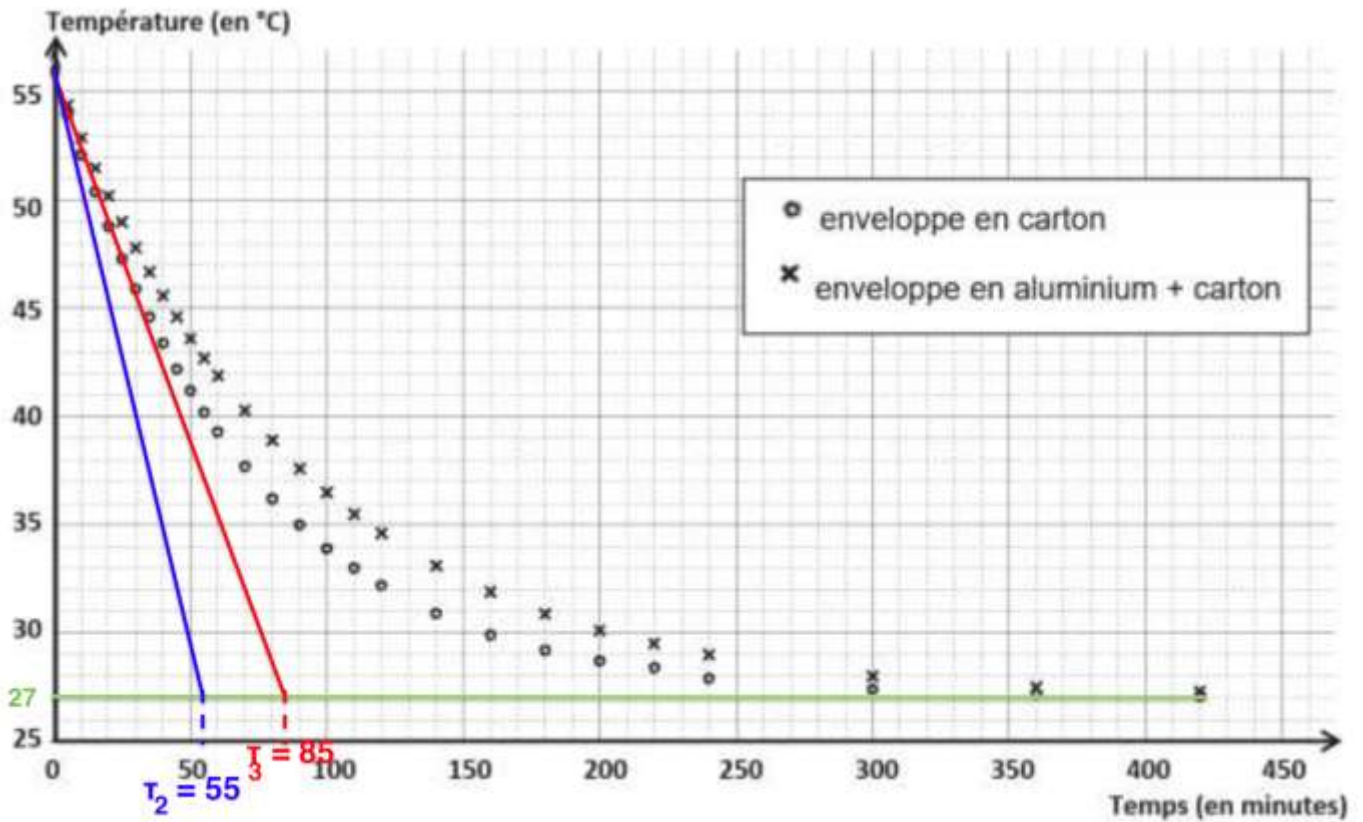
$$\Delta t = 7 \text{ min}$$

Le processus de fermentation doit durer au minimum entre 3 et 4 heures.

Le processus de fermentation ne s'est pas réalisé correctement au cours de l'expérience décrite ci-dessus.

**Q6.**

Le temps caractéristique  $\tau$  s'obtient à l'intersection de la température finale et de la tangente à l'origine.



- dans une deuxième expérience, avec du carton :  $\tau_2 = 55$  min
- dans une troisième expérience, avec du carton et une feuille d'aluminium intercalée entre le système {récipient + lait} et l'enveloppe en carton :  $\tau_3 = 85$  min

**Q7.**

Avec la feuille d'aluminium,  $\tau$  augmente, la durée de refroidissement diminue. La feuille d'aluminium diminue le rayonnement.

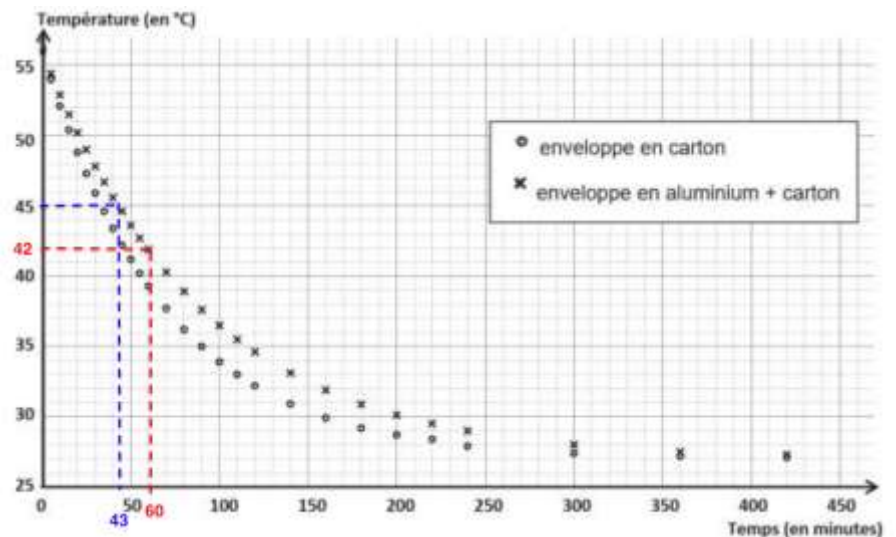
**Q8.**

Graphiquement la valeur de la durée :

$$\Delta t = t_{42^\circ\text{C}} - t_{45^\circ\text{C}}$$

$$\Delta t = 60 - 43$$

$$\Delta t = 17 \text{ min}$$



**Q9.**

Une yaourtière électrique permet de maintenir la température souhaitée et compensant les pertes. Ainsi, on pourra obtenir une fabrication optimale.