CLASSE : Terminale	**EXERCICE B :** au choix du candidat (5 points)
VOIE : ☒ Générale	**ENSEIGNEMENT : physique-chimie**
DURÉE DE L'ÉPREUVE : 0h53	**CALCULATRICE AUTORISÉE :** ☒Oui sans mémoire, « type collège »

EXERCICE B au choix du candidat

Mesure de la masse de Jupiter et du soleil (5 points)

1.

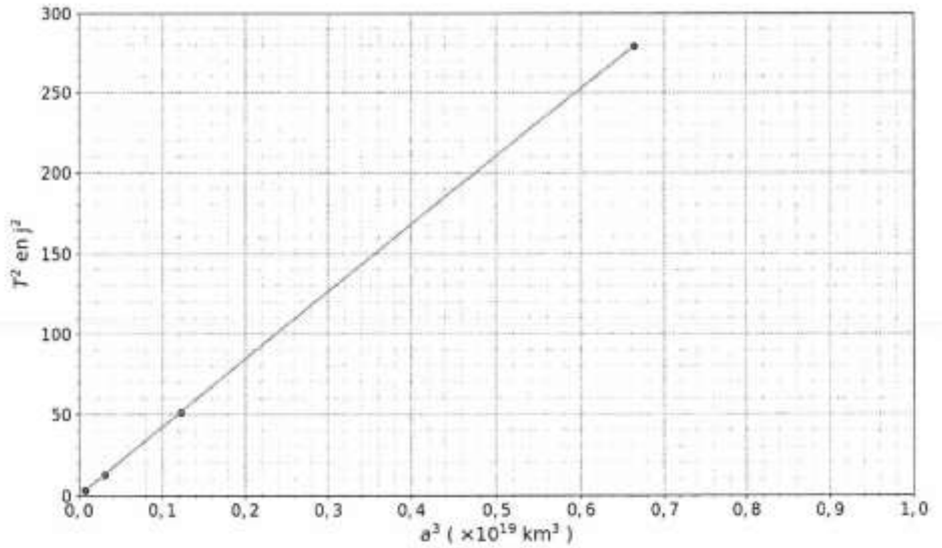

Figure 1. T^2 en fonction de a^3.

Nous avons une droite qui passe par l'origine.
L'équation est de la forme : $\mathrm{T}^2 = \mathrm{K}a^3$

D'ou

$$\frac{\mathrm{T}^2}{a^3} = \mathrm{K}$$

On retrouve la 3ème loi de Kepler.

2.

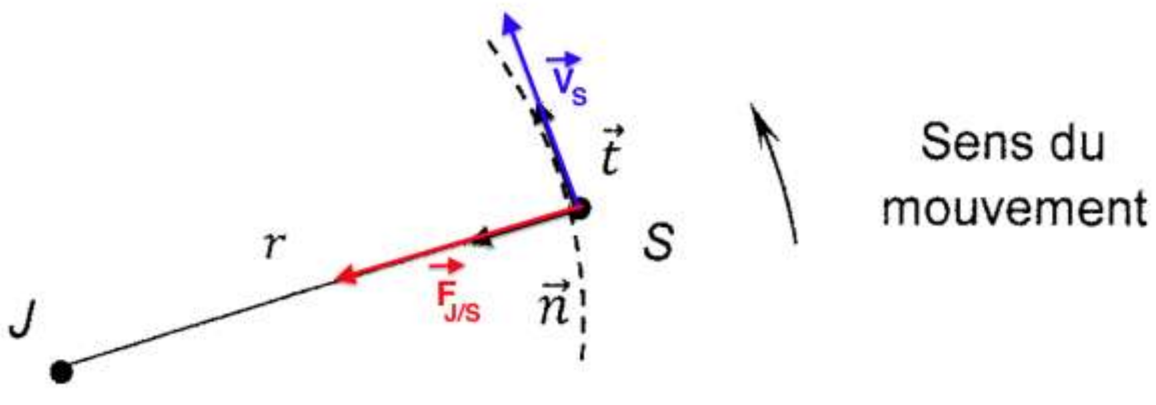

Figure 2.

3.

$$\overrightarrow{F_{J/S}} = G \times \frac{m \times M_J}{r^2}\vec{n}$$

4.

Système : satellite

Référentiel : joviocentrique supposé galiléen

D'après la 2nd loi de Newton :

$$\Sigma\overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a}$$

$$\overrightarrow{F_{J/S}} = m\vec{a}$$

$$G \times \frac{m \times M_J}{r^2}\vec{n} = m\vec{a}$$

$$\vec{a} = G \times \frac{M_J}{r^2}\vec{n}$$

Or, pour un mouvement circulaire, dans la base de Frenet, le vecteur accélération est de la forme:

$$\vec{a} = \frac{v^2}{r}\vec{n} + \frac{dv}{dt}\vec{t}$$

L'accélération étant unique, par identification :

$$\frac{v^2}{r} = G \times \frac{M_J}{r^2}$$

donc

$$v = \sqrt{\frac{G \times M_J}{r}}$$

5.

La période de révolution est :

$$T = \frac{\text{circonference}}{\text{vitesse}}$$

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

$$T = \frac{2\pi r}{\sqrt{\frac{G \times M_J}{r}}}$$

$$T = 2\pi r\sqrt{\frac{r}{G \times M_J}}$$

$$T^2 = 4\pi^2 r^2 \frac{r}{G \times M_J}$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{G \times M_J}$$

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \times M_J}$$

6.

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \times M_J}$$

Or

$\frac{T^2}{r^3} = K$ (Question 1.)

Calculons K le coefficient directeur :

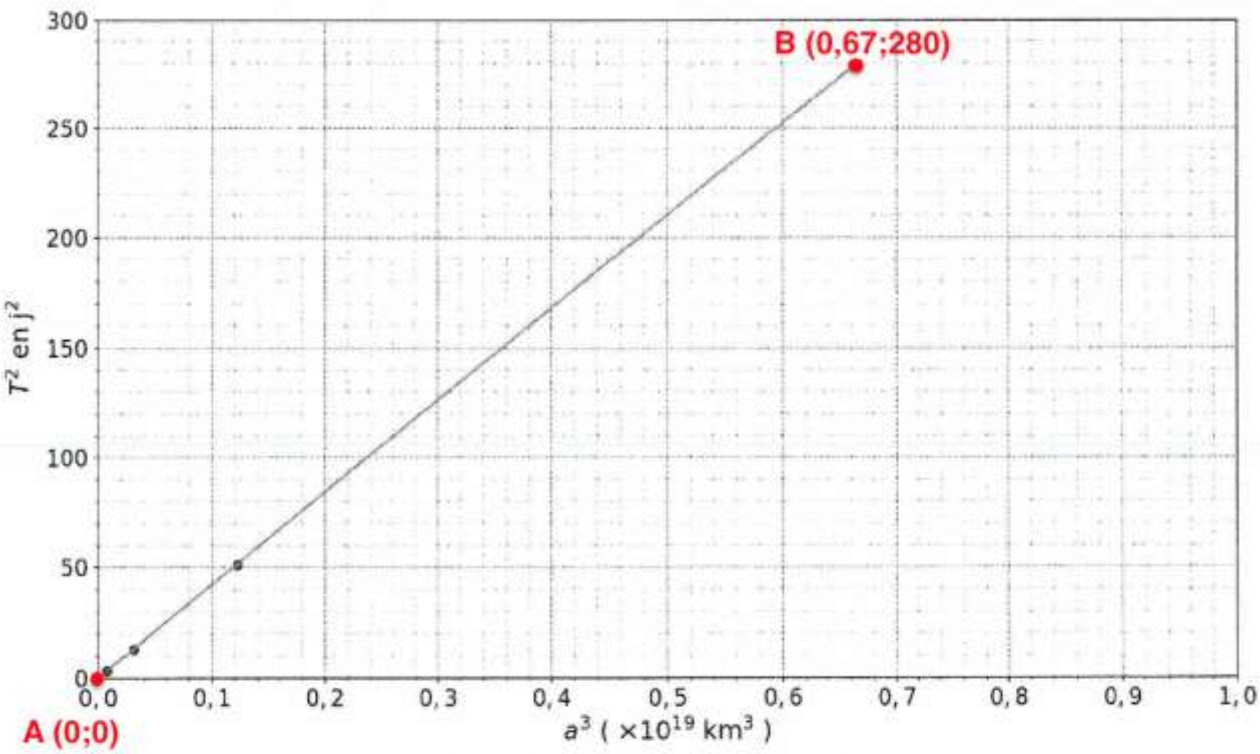

Figure 1. T^2 en fonction de a^3.

$$K = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

$$K = \frac{280 - 0}{0{,}67.10^{19} - 0}$$

$$K = 4{,}2.10^{-17} j^2.km^{-3}$$

$$K = 4{,}2.10^{-17} \times 7{,}46$$

$$K = 3{,}1.10^{-16} s^2.m^{-3}$$

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \times M_J}$$

$$K = \frac{4\pi^2}{G \times M_J}$$

$$M_J = \frac{4\pi^2}{G \times K}$$

$$M_J = \frac{4\pi^2}{6{,}67.10^{-11} \times 3{,}1.10^{-16}}$$

$$M_J = 1{,}9.10^{27}\,\text{Kg}$$

Ce résultat est très proche de la valeur tabulée.

7.

La relation établie est applicable au système terre-soleil.
Ainsi :

$$\frac{T_T^2}{d_{TS}^3} = \frac{4\pi^2}{G \times M_S}$$

$$T_T^2 \times G \times M_S = 4\pi^2 \times d_{TS}^3$$

$$M_S = \frac{4\pi^2 \times d_{TS}^3}{T_T^2 \times G}$$

$$M_S = \frac{4\pi^2 \times (150.10^6 \times 10^3)^3}{(365{,}25 \times 24 \times 60 \times 60)^2 \times 6{,}67.10^{-11}}$$

$$M_S = 2{,}0.10^{30}\,\text{Kg}$$