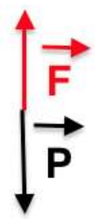
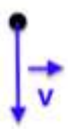
CLASSE : Terminale **EXERCICE III** : au choix du candidat (10 points)
VOIE : ☒Générale
ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ: Sciences de l'ingénieur- Partie Sciences physiques
DURÉE DE L'EXERCICE : 30 min **CALCULATRICE AUTORISÉE :** ☒ Oui « type collège »

EXERCICE III - Mission Mars 2020 : le portrait - robot de « Persévérance » (10 points)

1.

Mouvement étudié	**Étude cinématique** (représenter $\vec{v}$ et $\vec{a}$)	**Étude dynamique** (représenter $\vec{F}$)	**Justifier l'étude dynamique à partir d'une loi**
La descente ralentie entre (1) et (2).			Système {Sky Crane + rover Persévérance} Référentiel terrestre supposé galiléen D'après la deuxième loi de newton : $\Sigma\overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a}$ $\vec{P} + \vec{F} = m\vec{a}$ Or la descente est ralentie, $\vec{a}$ est vers le haut et donc $F > P$
Le surplace (2).	$\vec{v} = \vec{0}$ et $\vec{a} = \vec{0}$ 		Système {Sky Crane + rover Persévérance} Référentiel terrestre supposé galiléen. Système immobile : D'après la première loi de newton : $\Sigma\overrightarrow{F_{ext}} = \vec{0}$ $\vec{P} + \vec{F} = \vec{0}$ Donc $F = P$
La descente à vitesse constante entre (2) et (3).	$\vec{a} = \vec{0}$ 		Système {Sky Crane + rover Persévérance} Référentiel terrestre supposé galiléen. Système mouvement rectiligne uniforme: D'après la première loi de newton : $\Sigma\overrightarrow{F_{ext}} = \vec{0}$: $\vec{P} + \vec{F} = \vec{0}$ Donc $F = P$

2.

La seule force s'appliquant sur le Sky Crane est le poids : le système est en chute libre.

3.

Système { Sky Crane }

Référentiel terrestre supposé galiléen

D'après la deuxième loi de newton :

$\Sigma\overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a}$

$\vec{P} = m\vec{a}$

$m\vec{g} = m\vec{a}$

$\vec{g} = \vec{a}$

Or

$\vec{g}\left|\begin{array}{l}0\\-g\end{array}\right.$

Le vecteur accélération du centre d'inertie du solide est égal au vecteur champ de pesanteur.

$$\boxed{\vec{a}\left|\begin{array}{l}a_{x(t)} = 0\\a_{z(t)} = -g\end{array}\right.}$$

$\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$

On intègre le système d'équation précédent :

$\vec{v}_{(t)}\left|\begin{array}{l}v_{x(t)} = C_1\\v_{z(t)} = -gt + C_2\end{array}\right.$

Pour trouver les constantes, on utilise $\vec{v}_0$

$\vec{v}_0\left|\begin{array}{l}v_{ox} = v_o \times \cos\alpha\\v_{0z} = v_o \times \sin\alpha\end{array}\right.$

d'ou

$$\boxed{\vec{v}_{(t)}\left|\begin{array}{l}v_{x(t)} = v_o \times \cos\alpha\\v_{z(t)} = -gt + v_o \times \sin\alpha\end{array}\right.}$$

$\vec{v} = \dfrac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$

On intègre le système d'équation précédent :

$\overrightarrow{OG}\left|\begin{array}{l}x(t) = v_o \times \cos\alpha \times t + C_3\\z(t) = -\dfrac{1}{2}gt^2 + v_o \times \sin\alpha \times t + C_4\end{array}\right.$

Pour trouver les constantes, on utilise $\overrightarrow{OG_0}$

$\overrightarrow{OG_0}\left|\begin{array}{l}x_0 = 0\\z_0 = H\end{array}\right.$

d'ou

$$\boxed{\overrightarrow{OG}\left|\begin{array}{l}x(t) = v_o \times \cos\alpha \times t\\z(t) = -\dfrac{1}{2}gt^2 + v_o \times \sin\alpha \times t + H\end{array}\right.}$$

4.

$x = v_o \times \cos\alpha \times t$

$t = \dfrac{x}{v_o \times \cos\alpha}$

$z(t) = -\dfrac{1}{2}gt^2 + v_o \times \sin\alpha \times t + H$

$z(x) = -\dfrac{1}{2}g\left(\dfrac{x}{v_o \times \cos\alpha}\right)^2 + v_o \times \sin\alpha \times \dfrac{x}{v_o \times \cos\alpha} + H$

$\boxed{z(x) = -\dfrac{1}{2}g\left(\dfrac{x}{v_o \times \cos\alpha}\right)^2 + x \times \tan\alpha + H}$

C'est une trajectoire parabolique.

5.

Lorsque Sky Crane touche le sol $z(x_{sol}) = 0$:

$z(x_{sol}) = -\dfrac{1}{2}g\left(\dfrac{x_{sol}}{v_o \times \cos\alpha}\right)^2 + x_{sol} \times \tan\alpha + H$

$0 = -\dfrac{1}{2}g\left(\dfrac{x_{sol}}{v_o \times \cos\alpha}\right)^2 + x_{sol} \times \tan\alpha + H$

$-\dfrac{1}{2}g\left(\dfrac{x_{sol}}{v_o \times \cos\alpha}\right)^2 + x_{sol} \times \tan\alpha + H = 0$

$-\dfrac{1}{2} \times 3{,}7 \times \left(\dfrac{x_{sol}}{25{,}0 \times \cos 45}\right)^2 + x_{sol} \times \tan 45 + 60{,}0 = 0$

$-5{,}92.10^{-3}x_{sol}^2 + x_{sol} + 60{,}0 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$
$\Delta = (1)^2 - 4 \times -5{,}92.10^{-3} \times 60{,}0$
$\Delta = 2{,}42$

$x_{1sol} = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$
$x_{1sol} = \dfrac{-1 + \sqrt{2{,}42}}{2 \times -5{,}92.10^{-3}}$
$x_{1sol} = -46{,}9 \text{ m}$

$x_{2sol} = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$
$x_{2sol} = \dfrac{-1 + \sqrt{2{,}42}}{2 \times -5{,}92.10^{-3}}$
$x_{2sol} = 216 \text{ m}$

Nous gardons la valeur positive : $\mathbf{x_{sol} = 216\ m}$
Dans ces conditions opératoires, vérifier que le Sky Crane atteint bien la distance de sécurité car $\mathbf{x_{sol} > 200\ m}$.