CLASSE : Terminale	**EXERCICE B :** au choix du candidat (5 points)
VOIE : ☒ Générale	**ENSEIGNEMENT : physique-chimie**
DURÉE DE L'ÉPREUVE : 0h53	**CALCULATRICE AUTORISÉE :** ☒Oui sans mémoire, « type collège »

EXERCICE B au choix du candidat
Refroidissement d'un fer a cheval

1.

Q1.

$m_{Fer} = \rho_{Fer} \times V_{Fer}$

$m_{Fer} = 7{,}87 \times 104$

$m_{Fer} = 818\ \mathrm{g}$

Q2.

$\Delta U = m_{Fer} \times c_{Fer} \times \Delta\theta$

$\Delta U = m_{Fer} \times c_{Fer} \times (\theta_0 - \theta_{ext})$

$\Delta U = 818.10^{-3} \times 440 \times (900 - 15)$

$\Delta U = 3{,}2.10^{5}\mathrm{J}$

Q3.

$\Delta U > 0$, l'énergie interne augmente. Les atomes vibrent plus et le fer devient plus malléable.

2.

2.1.

Q4.

$$\phi = \frac{\Delta U}{\Delta t}$$

Or $\phi = h_{air}.S(\theta_{ext} - \theta)$

$$\frac{\Delta U}{\Delta t} = h_{air}.S(\theta_{ext} - \theta)$$

Or

$\Delta U = m_{Fer} \times c_{Fer} \times \Delta\theta$

$$\frac{m_{Fer} \times c_{Fer} \times \Delta\theta}{\Delta t} = h_{air}.S(\theta_{ext} - \theta)$$

$$m_{Fer} \times c_{Fer} \times \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = h_{air}.S(\theta_{ext} - \theta)$$

Quand $\Delta t \to 0, \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \to \frac{d\theta}{dt}$

$$m_{Fer} \times c_{Fer} \times \frac{d\theta}{dt} = h_{air}.S(\theta_{ext} - \theta)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{h_{air}.S}{m_{Fer} \times c_{Fer}}(\theta_{ext} - \theta)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{h_{air}.S}{m_{Fer} \times c_{Fer}} \times \theta_{ext} - \frac{h_{air}.S}{m_{Fer} \times c_{Fer}} \times \theta$$

$$\frac{d\theta}{dt} + \frac{h_{air}.S}{m_{Fer} \times c_{Fer}} \times \theta = \frac{h_{air}.S}{m_{Fer} \times c_{Fer}} \times \theta_{ext}$$

On obtient une équation différentielle de la forme :

$$\frac{d\theta}{dt} + \frac{\theta}{\tau} = \frac{\theta_{ext}}{\tau}$$

Avec, par identification :

$$\frac{1}{\tau} = \frac{h_{air}.S}{m_{Fer} \times c_{Fer}}$$

$$\tau = \frac{m_{Fer} \times c_{Fer}}{h_{air}.S}$$

Q5.

$$\theta(t) = (\theta_0 - \theta_{ext}).e^{-\frac{t}{\tau}} + \theta_{ext}$$

Dérivons $\theta(t)$:

$$\frac{d\theta}{dt} = (\theta_0 - \theta_{ext}) \times \frac{-1}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Remplaçons les dans l'équation :

$$\frac{d\theta}{dt} + \frac{\theta}{\tau} = \frac{\theta_{ext}}{\tau}$$

$$(\theta_0 - \theta_{ext}) \times \frac{-1}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{(\theta_0 - \theta_{ext}).e^{-\frac{t}{\tau}} + \theta_{ext}}{\tau} = \frac{\theta_{ext}}{\tau}$$

$$-\frac{(\theta_0 - \theta_{ext})}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{(\theta_0 - \theta_{ext}).e^{-\frac{t}{\tau}}}{\tau} + \frac{\theta_{ext}}{\tau} = \frac{\theta_{ext}}{\tau}$$

$$\frac{\theta_{ext}}{\tau} = \frac{\theta_{ext}}{\tau}$$

La fonction $\theta(t) = (\theta_0 - \theta_{ext}).e^{-\frac{t}{\tau}} + \theta_{ext}$ est bien solution de l'équation différentielle.

Q6.

D'après le texte : « le maréchal-ferrant façonne pendant une minute environs et il l'installe près du cheval et il s'écoule à nouveau une minute… le fer est alors posé»

$t = 2\ \text{min}$

$\theta(t = 2\ \text{min}) = (900 - 15).e^{-\frac{2\times60}{880}} + 15$

$\theta(t = 2\ \text{min}) = 787°C$

La température du fer est très élevée.

2.2.

Q7.

$$\theta(t) = (\theta_0 - \theta_{ext}).e^{-\frac{t}{\tau}} + \theta_{ext}$$

$$\theta(t) - \theta_{ext} = (\theta_0 - \theta_{ext}).e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$(\theta_0 - \theta_{ext}).e^{-\frac{t}{\tau}} = \theta(t) - \theta_{ext}$$

$$e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{\theta(t) - \theta_{ext}}{\theta_0 - \theta_{ext}}$$

$$\ln\left(e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = \ln\left(\frac{\theta(t) - \theta_{ext}}{\theta_0 - \theta_{ext}}\right)$$

$$-\frac{t}{\tau} = \ln\left(\frac{\theta(t) - \theta_{ext}}{\theta_0 - \theta_{ext}}\right)$$

$$t = -\tau \times \ln\left(\frac{\theta(t) - \theta_{ext}}{\theta_0 - \theta_{ext}}\right)$$

Calculons τ pour l'eau :

$$\tau = \frac{m_{Fer} \times c_{Fer}}{h_{eau}.S}$$

$$\tau = \frac{818.10^{-3} \times 440}{360 \times 293.10^{-4}}$$

$$\tau = 34 \text{ s}$$

$$t = -34 \times \ln\left(\frac{40 - 15}{600 - 15}\right)$$

$$t = 107 \text{ s}$$

Q8.

Le modèle utilisé n'est pas applicable dans l'eau.