

CLASSE : Terminale

EXERCICE A : au choix du candidat (5 points)

VOIE : Générale

ENSEIGNEMENT : physique-chimie

DURÉE DE L'ÉPREUVE : 0h53

CALCULATRICE AUTORISÉE : Oui sans mémoire, « type collègue »

EXERCICE A au choix du candidat

Un capteur capacitif (5 points)

1.

D'après la loi d'additivité des tensions ou loi des mailles :

$$U_C(t) + U_R(t) = E$$

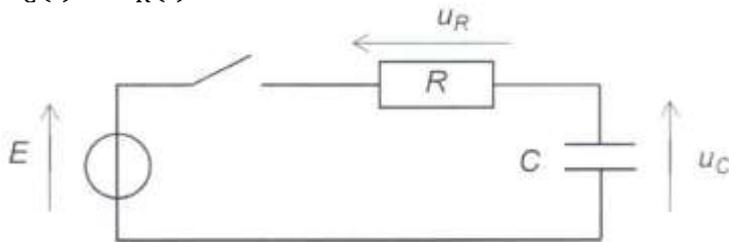


Figure 1 : Schéma électrique du circuit réalisé

2.

$$U_R(t) = R \times i$$

3.

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$

Or

$$q(t) = C \times U_C(t)$$

D'ou

$$i(t) = \frac{d(CU_C(t))}{dt}$$

$$i(t) = C \frac{dU_C(t)}{dt}$$

4.

$$U_C(t) + U_R(t) = E$$

$$\text{or } U_R(t) = R \times i$$

$$U_C(t) + R \times i = E$$

Or

$$i(t) = C \frac{dU_C(t)}{dt}$$

$$U_C(t) + RC \frac{dU_C(t)}{dt} = E$$

On divise par RC

$$\frac{U_C(t)}{RC} + \frac{dU_C(t)}{dt} = \frac{E}{RC}$$

$$\frac{dU_C(t)}{dt} + \frac{U_C(t)}{RC} = \frac{E}{RC}$$

5.

Vérifions que les solutions de cette équation différentielle sont de la forme :

$$U_C(t) = E \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)$$

-Dérivons $U_C(t)$:

$$\frac{dU_C(t)}{dt} = \frac{E}{RC} e^{-\frac{t}{RC}}$$

-Remplaçons $U_C(t)$ et $\frac{dU_C(t)}{dt}$ dans l'équation :

$$\frac{dU_C(t)}{dt} + \frac{U_C(t)}{RC} = \frac{E}{RC}$$

$$\frac{E}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} + \frac{E \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)}{RC} = \frac{E}{RC}$$

$$\frac{E}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} + \frac{E}{RC} - \frac{E e^{-\frac{t}{RC}}}{RC} = \frac{E}{RC}$$

$$\frac{E}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} + \frac{E}{RC} - \frac{E e^{-\frac{t}{RC}}}{RC} = \frac{E}{RC}$$

$$\frac{E}{RC} = \frac{E}{RC}$$

La solution de la forme $U_C(t) = E \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)$ vérifie l'équation différentielle.

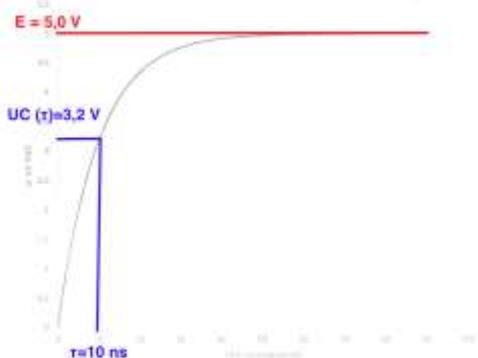
6.

τ peut être déterminée graphiquement :

$$U_C(\tau) = 0,63E$$

$$U_C(\tau) = 0,63 \times 5,0$$

$$U_C(\tau) = 3,2 \text{ V}$$



$$\tau = 10 \text{ ns}$$

7.

$$\tau = RC$$

8.

$$\tau = RC$$

$$C = \frac{\tau}{R}$$

$$C = \frac{10 \cdot 10^{-9}}{330}$$

$$C = 3,0 \cdot 10^{-11} \text{F}$$

9.

$$C = \frac{\epsilon \times S}{d}$$

$$\frac{\epsilon \times S}{d} = C$$

$$\epsilon = \frac{C \times d}{S}$$

$$[\epsilon] = \frac{[C] \times [d]}{[S]}$$

$$[\epsilon] = \frac{\text{F} \times \text{m}}{\text{m}^2}$$

$$[\epsilon] = \text{F} \cdot \text{m}^{-1}$$

10.

$$C = \frac{\epsilon \times S}{d}$$

C et d sont inversement proportionnelles, ainsi quand on approche l'armature mobile de l'armature fixe, d diminue et C augmente.

11.

$$C = \frac{\epsilon \times S}{d}$$

Ici

$$d = e$$

avec e l'épaisseur de colle.

$$C = \frac{\epsilon \times S}{e}$$

$$e = \frac{\epsilon \times S}{C}$$

Nous connaissons ϵ et S. Il nous faut trouver C pour calculer e.

$$\tau = RC$$

τ peut être déterminée graphiquement par deux méthodes :

- ✓ $U_C(\tau) = E(1 - e^{-\tau/\tau}) = E(1 - e^{-1}) = 0,63E$
- ✓ On trace la tangente à la courbe à $t=0$ et on regarde l'abscisse du point d'intersection entre cette tangente et l'asymptote $U_C = E$ pour la charge, et $U_C = 0$ pour la décharge.

Ainsi, connaissant τ et R, nous obtenons C et déterminons e.