ÉVALUATION COMMUNE
CORRECTION Yohan Atlan © www.vecteurbac.fr

CLASSE : Terminale	**E3C :** ☐ E3C1 ☒ E3C2 ☐ E3C3
VOIE : ☒ Générale	**ENSEIGNEMENT : Enseignement scientifique**
DURÉE DE L'ÉPREUVE : 1 h	**CALCULATRICE AUTORISÉE :** ☒Oui ☐ Non

Étude démographique de la population en Afrique du Sud

Sur 10 points
Thème « Une histoire du vivant »

1.
D'après le sujet « Entre 1950 et 1990, on a constaté que la population sud-africaine a augmenté en moyenne, d'une année sur l'autre, de 2,5%. »
L'année d'après n+1 : la population u(n+1) est celle de l'année dernière (année n , population u(n)) avec une augmentation de 2,5% :

$$u(n+1) = u(n) + \frac{2,5}{100} u(n)$$
$$u(n+1) = u(n) + 0,025\, u(n)$$
$$u(n+1) = 1,025\, u(n)$$

2.
D'après le sujet « En 1950, l'Afrique du Sud est peuplée de 13,6 millions d'habitants »
En utilisant la relation précédente :
$$u(n+1) = 1,025\, u(n)$$
$$u(1) = 1,025\, u(0)$$
$$u(1) = 1,025 \times 13,6$$
$$u(1) = 13,9$$
Ainsi, à l'aide de ce modèle, la population sud-africaine en 1951 est estimée à environ 13,9 millions d'habitants.

3.
$u(n+1) = 1,025\, u(n)$ est une suite géométrique de raison $q = 1,025$ et de premier terme $u(0)$.
Mathématiquement, cette suite peut s'écrire sous la forme :
$$u(n) = u(0) \times q^n$$
$$u(n) = 13,6 \times 1,025^{\,n}$$

Estimons, à l'aide de ce modèle le nombre d'habitants en 1995.
Tout d'abord, trouvons n :
$$n = 1995 - 1950 = 45$$
$$u(45) = 13,6 \times 1,025^{45}$$
$$u(45) = 41,3$$

à l'aide de ce modèle le nombre d'habitants en 1995 est estimé à 41,3 millions.

Document 1 : effectifs de la population en Afrique du Sud depuis 1950

La valeur donnée sur le document 1 est 41,4 millions d'habitants en 1995.

Ces deux valeurs sont très proches, la modélisation de la variation de la population sud-africaine semble donc satisfaisante.

4.

Evaluons, selon ce modèle, à partir de quelle année la population d'Afrique du sud dépassera 50 millions d'habitants :

$u(n) = 13{,}6 \times 1{,}025^{\,n}$

$13{,}6 \times 1{,}025^{\,n} = u(n)$

$1{,}025^{\,n} = \dfrac{u(n)}{13{,}6}$

$\ln(1{,}025^{\,n}) = \ln\left(\dfrac{u(n)}{13{,}6}\right)$

$n \times \ln(1{,}025) = \ln\left(\dfrac{u(n)}{13{,}6}\right)$

$n = \dfrac{\ln\left(\frac{u(n)}{13{,}6}\right)}{\ln(1{,}025)}$

$n = \dfrac{\ln\left(\frac{50}{13{,}6}\right)}{\ln(1{,}025)}$

$n = 52{,}7$

Or n est un nombre entier et nous cherchons quand cette population dépassera : $n = 53$

$n = \text{année} - 1950$

$\text{année} - 1950 = n$

$\text{année} = n + 1950$

$\text{année} = 53 + 1950$

$\text{année} = 2003$

Selon ce modèle, la population d'Afrique du sud dépassera 50 millions d'habitants en 2003.

5.

Estimons, à l'aide de ce modèle le nombre d'habitants en 2000.

Tout d'abord, trouvons n :

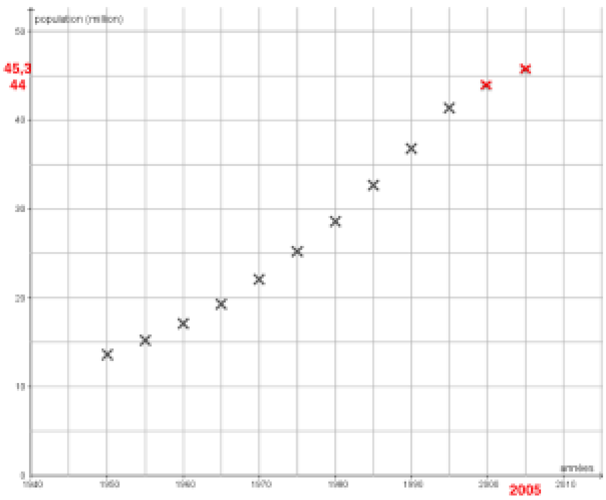
$n = 2000 - 1950 = 50$

$u(50) = 13{,}6 \times 1{,}025^{\,50}$

$u(50) = 46{,}7$

à l'aide de ce modèle le nombre d'habitants en 2000 est estimé à 46,7 millions.

La valeur réelle 44 millions et la valeur du modèle 46,7 millions ne sont pas proches, la modélisation de la variation de la population sud-africaine n'est pas satisfaisante.



Estimons, à l'aide de ce modèle le nombre d'habitants en 2005.

Tout d'abord, trouvons n :

$n = 2005 - 1950 = 55$

$u(55) = 13{,}6 \times 1{,}025^{\,55}$

$u(55) = 52{,}9$

à l'aide de ce modèle le nombre d'habitants en 2000 est estimé à 52,9 millions.

La valeur réelle 45,3 millions et la valeur du modèle 52,9 millions ne sont pas proches, la modélisation de la variation de la population sud-africaine n'est pas satisfaisante.

Ainsi, ces données ne sont pas conformes au modèle proposé.

6.

Le taux d'accroissement annuel moyen est la différence entre le taux de natalité et le taux de mortalité :

Année	Taux de natalité (pour mille)	Taux de mortalité (pour mille)	Taux d'accroissement annuel moyen (pour cent)
1950	43,3	20,3	2,3
1960	41,6	16,7	2,5
1970	37,1	13,1	2,4
1980	33,9	10,2	2,4
1990	28,3	8,1	2
2000	22,6	16,9	0,6

Calculons le taux d'accroissement annuel moyen en 1970 :

$\text{taux d'accroissement annuel} = \text{Taux de natalité} - \text{Taux de mortalité}$

$\text{taux d'accroissement annuel} = 37{,}1 - 13{,}1$

$\text{taux d'accroissement annuel} = 24 \text{ pour mille}$

$\text{taux d'accroissement annuel} = 2{,}4 \text{ pour cent}$

Le taux d'accroissement annuel moyen en 1970 est de 2,4 %.

7.

Année	Taux de natalité (pour mille)	Taux de mortalité (pour mille)	Taux d'accroissement annuel moyen (pour cent)
1950	43,3	20,3	2,3
1960	41,6	16,7	2,5
1970	37,1	13,1	2,4
1980	33,9	10,2	2,4
1990	28,3	8,1	2
2000	22,6	16,9	0,6

On émet l'hypothèse qu'à partir de 1950, le taux de mortalité de la population diminue de 3 points sur mille tous les 10 ans.

Prenons n le nombre de dizaine d'année :

$\text{Taux de mortalité } (1950 + \text{n}) = \text{Taux de mortalité } (1950) - 3\text{n}$

Calculons les taux de mortalité attendus en 1990 :

$\text{Taux de mortalité } (1990) = \text{Taux de mortalité } (1950) - 3 \times 4$

$\text{Taux de mortalité } (1990) = 20{,}3 - 3 \times 4$

$\text{Taux de mortalité } (1990) = 8{,}3$

La valeur donnée sur le document 2 est un taux de mortalité de 8,1. Ces deux valeurs sont très proches, la modélisation semble donc satisfaisante.

Calculons les taux de mortalité attendus en 2000 :

$\text{Taux de mortalité } (2000) = \text{Taux de mortalité } (1950) - 3 \times 5$

$\text{Taux de mortalité } (2000) = 20{,}3 - 3 \times 5$

$\text{Taux de mortalité } (2000) = 5{,}3$

La valeur donnée sur le document 2 est un taux de mortalité de 16,9. Ces deux valeurs ne sont pas proches, la modélisation n'est donc pas satisfaisante.

8.
À partir de 1995, la population sud-africaine n'a plus suivi la variation prévue par ce dernier modèle. Arguments permettant d'expliquer ce phénomène :
Le taux de mortalité a augmenté très fortement en 2000. Ainsi, la variation de la population sud-africaine n'a plus suivi la variation prévue par ce dernier modèle.
Les taux de croissance s'effondrent littéralement à partir de 1995 avec la surmortalité due au SIDA