

CLASSE : Terminale

EXERCICE B : au choix du candidat (10 points)

VOIE : Générale

ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ: Sciences de l'ingénieur- Partie Sciences physiques

DURÉE DE L'EXERCICE : 30 min

CALCULATRICE AUTORISÉE : Oui « type collègue »

EXERCICE B – Le spa gonflable (10 points)

Q1.

Capacité thermique C de l'eau du spa :

$$C = m_{\text{eau}} \times c_{\text{eau}}$$

Or

$$\rho_{\text{eau}} = \frac{m_{\text{eau}}}{V_{\text{eau}}}$$

$$\frac{m_{\text{eau}}}{V_{\text{eau}}} = \rho_{\text{eau}}$$

$$m_{\text{eau}} = \rho_{\text{eau}} \times V_{\text{eau}}$$

Donc

$$C = \rho_{\text{eau}} \times V_{\text{eau}} \times c_{\text{eau}}$$

Variation d'énergie interne ΔU de l'eau du spa :

$$\Delta U = C \times (T_f - T_i)$$

$$\Delta U = \rho_{\text{eau}} \times V_{\text{eau}} \times c_{\text{eau}} \times (T_f - T_i)$$

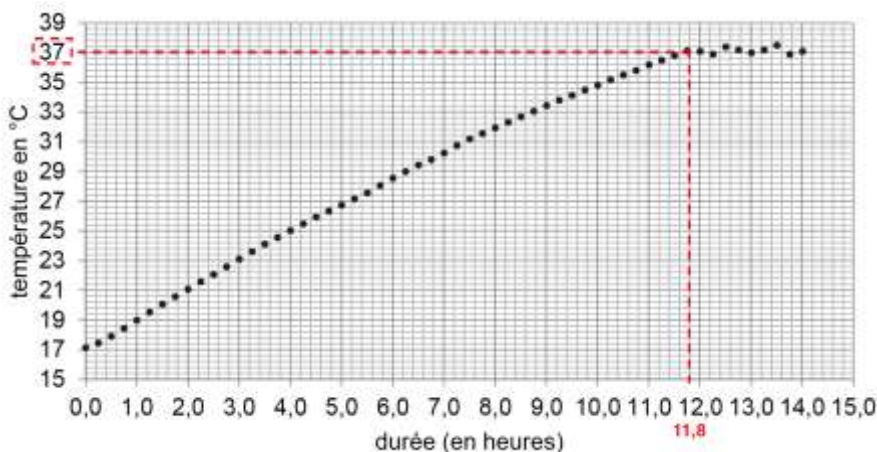
Q2.

$$P = \frac{\Delta U}{\Delta t}$$

$$P = \frac{\rho_{\text{eau}} \times V_{\text{eau}} \times c_{\text{eau}} \times (T_f - T_i)}{\Delta t}$$

Avec Δt le temps nécessaire pour que l'eau du spa atteigne la température $T_f = 37^\circ\text{C}$.

Graphiquement $\Delta t = 11,8$ h



$$P = \frac{1,00 \times 10^3 \times 795 \times 4,18 \times 10^3 \times (37 - 17)}{11,8 \times 60 \times 60}$$

$$P = 1,6 \times 10^3 \text{ W}$$

$$P = 1,6 \text{ kW}$$

La valeur de la puissance thermique moyenne P reçue par l'eau du spa lors de la mise en service est de

l'ordre de 1,5 kW.

Q3.

D'après les données : $P_{\text{chauffage}} = 2,2 \times 10^3 \text{ W}$

$$P_{\text{chauffage}} > P$$

La puissance thermique moyenne P reçue par l'eau du spa est inférieure à la puissance de chauffage du spa $P_{\text{chauffage}}$.

Une partie de la puissance de chauffage ne sert pas à chauffer l'eau. Elle sert certainement à chauffer les parois du spa gonflable.

Q4.

L'air est un bon isolant thermique. C'est pourquoi il est, a priori, intéressant, d'un point de vue thermique, que les parois soient remplies d'air.

Q5.

Le transfert thermique s'effectue toujours du corps chaud vers le corps froid.

Ici, le transfert thermique s'effectue de l'eau (température moyenne de 37 °C) vers le milieu extérieure (température moyenne de 9 °C).

Q6.

Premier principe de la thermodynamique :

$$\Delta U = Q + W$$

$$\text{Ici } W = 0$$

$$\Delta U = Q$$

$$\frac{\Delta U}{\Delta t} = \frac{Q}{\Delta t}$$

Or

$$\Delta U = \rho_{\text{eau}} \times V_{\text{eau}} \times c_{\text{eau}} \times (T_f - T_i)$$

$$Q = h \cdot S \cdot (T_{\text{ext}} - T(t)) \times \Delta t$$

$$\frac{\rho_{\text{eau}} \times V_{\text{eau}} \times c_{\text{eau}} \times (T_f - T_i)}{\Delta t} = \frac{h \cdot S \cdot (T_{\text{ext}} - T(t)) \times \Delta t}{\Delta t}$$

$$\rho_{\text{eau}} \times V_{\text{eau}} \times c_{\text{eau}} \times \frac{(T_f - T_i)}{\Delta t} = h \cdot S \cdot (T_{\text{ext}} - T(t))$$

$$\text{Avec } (T_f - T_i) = \Delta T$$

$$\rho_{\text{eau}} \times V_{\text{eau}} \times c_{\text{eau}} \times \frac{\Delta T}{\Delta t} = h \cdot S \cdot (T_{\text{ext}} - T(t))$$

$$\text{Quand } \Delta t \rightarrow 0, \frac{\Delta T}{\Delta t} \rightarrow \frac{dT}{dt}$$

$$\rho_{\text{eau}} \times V_{\text{eau}} \times c_{\text{eau}} \times \frac{dT}{dt} = h \cdot S \cdot (T_{\text{ext}} - T(t))$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{h \cdot S}{\rho_{\text{eau}} \times V_{\text{eau}} \times c_{\text{eau}}} \times (T_{\text{ext}} - T(t))$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{h \cdot S}{\rho_{\text{eau}} \times V_{\text{eau}} \times c_{\text{eau}}} \times T_{\text{ext}} - \frac{h \cdot S}{\rho_{\text{eau}} \times V_{\text{eau}} \times c_{\text{eau}}} \times T(t)$$

$$\frac{dT}{dt} + \frac{h \cdot S}{\rho_{\text{eau}} \times V_{\text{eau}} \times c_{\text{eau}}} \times T(t) = \frac{h \cdot S}{\rho_{\text{eau}} \times V_{\text{eau}} \times c_{\text{eau}}} \times T_{\text{ext}}$$

On obtient une équation différentielle de la forme :

$$\frac{dT}{dt} + \frac{T(t)}{\tau} = \frac{T_{\text{ext}}}{\tau}$$

Soit :

$$\frac{dT}{dt} + \frac{1}{\tau} \times T(t) = \frac{1}{\tau} \times T_{\text{ext}}$$

Avec, par identification :

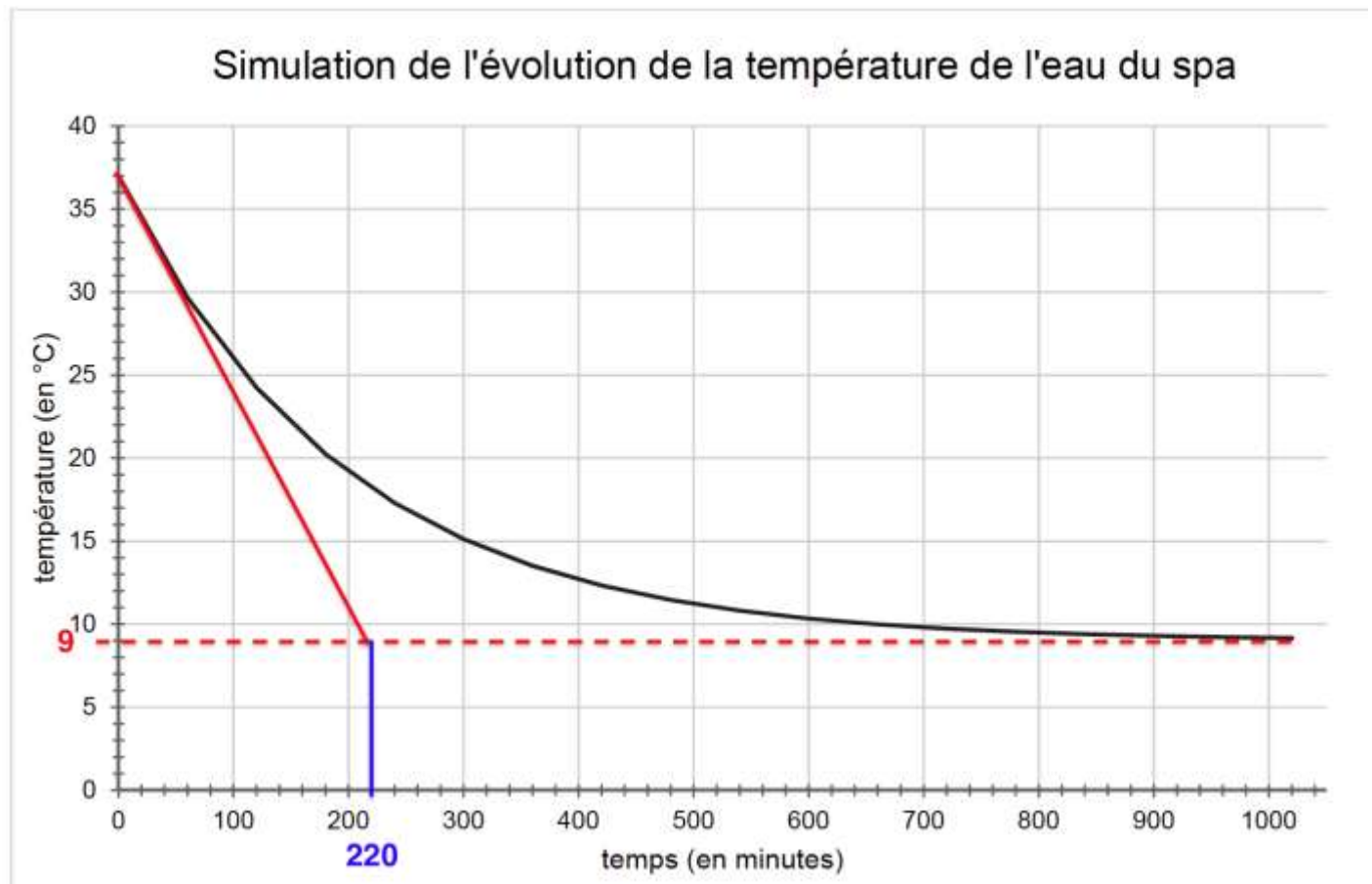
$$\frac{1}{\tau} = \frac{h \cdot S}{\rho_{\text{eau}} \times V_{\text{eau}} \times c_{\text{eau}}}$$

$$\tau = \frac{\rho_{\text{eau}} \times V_{\text{eau}} \times c_{\text{eau}}}{h \cdot S}$$

Q7.

Graphiquement, Le temps τ caractéristique est l'abscisse du point d'intersection de la tangente à l'origine et de l'asymptote $T_{\text{ext}} = 9^{\circ}\text{C}$:

$\tau = 220$ min.



Q8.

Lorsqu'on active les bulles du spa, on ajoute le phénomène de convection au phénomène de conduction. Ainsi, le transfert thermique sera plus rapide : τ diminue lorsqu'on active les bulles du spa.

Q9.
L'allure de la courbe d'évolution de la température que l'on obtiendrait lorsqu'on active les bulles du spa :

