CLASSE : Terminale	**EXERCICE C** : au choix du candidat (5 points)
VOIE : ☒ Générale	**ENSEIGNEMENT : physique-chimie**
DURÉE DE L'ÉPREUVE : 0h53	**CALCULATRICE AUTORISÉE :** ☒Oui sans mémoire, « type collège »

EXERCICE C au choix du candidat
Une exoplanète : 51PEG_b (5 points)

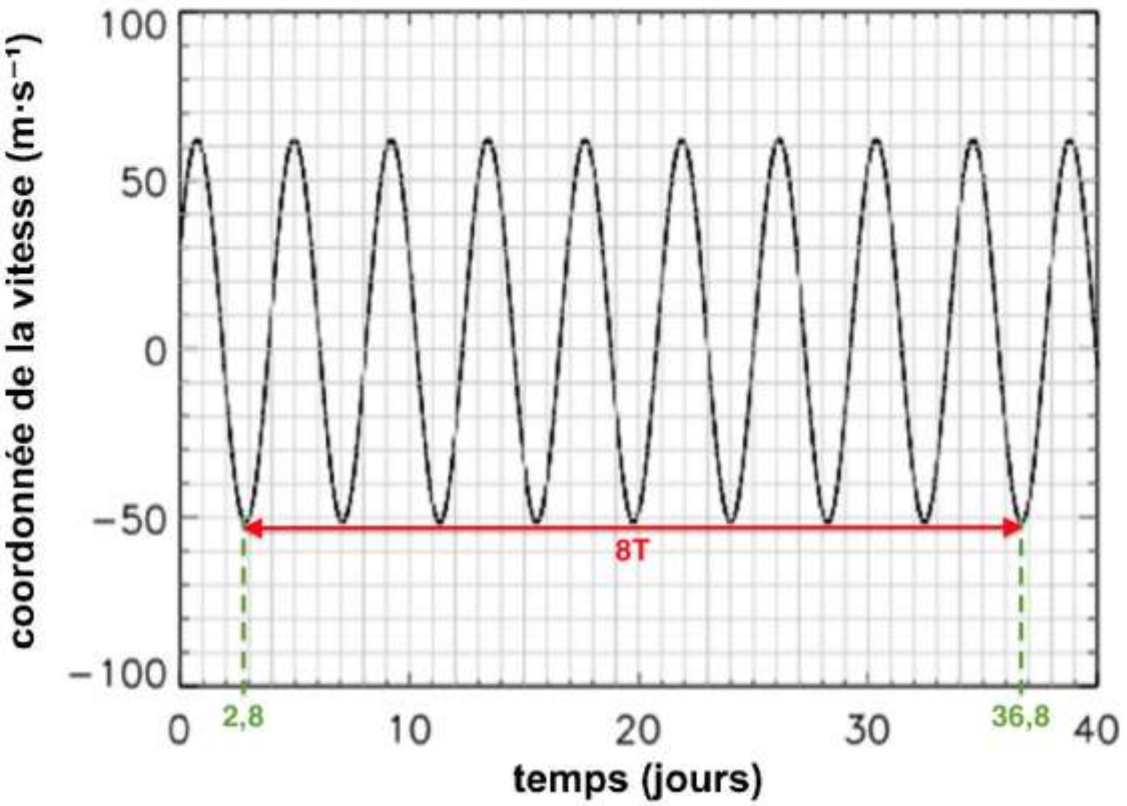
A.1.

$8T = 36{,}8 - 2{,}8$

$8T = 34$

$T = \frac{34}{8}$

$T = 4{,}3 \text{ Jours}$



Source : ufe.obspm.fr

A.2.

Faisons une analyse dimensionnelle :

$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_{51Peg\_a}}$

$\frac{[T]^2}{[r]^3} = \frac{[4\pi^2]}{[G] \cdot [M_{51Peg\_a}]}$

$\frac{s^2}{m^3} = \frac{1}{m^3 \cdot s^{-2} \cdot kg^{-1}Kg}$

$s^2m^{-3} = \frac{1}{m^3 \cdot s^{-2}}$

$s^2m^{-3} = s^2m^{-3}$

La dimension est cohérente.

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{G \cdot M_{51Peg\_a}}{4\pi^2}$$
$$\frac{[T]^2}{[r]^3} = \frac{[G] \cdot [M_{51Peg\_a}]}{[4\pi^2]}$$
$$\frac{s^2}{m^3} = \frac{m^3 \cdot s^{-2} \cdot kg^{-1} Kg}{1}$$
$$s^2 m^{-3} = m^3 \cdot s^{-2}$$
La dimension n'est pas bonne.

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_{Soleil}}$$
$$\frac{[T]^2}{[r]^3} = \frac{[4\pi^2]}{[G] \cdot [M_{Soleil}]}$$
$$\frac{s^2}{m^3} = \frac{1}{m^3 \cdot s^{-2} \cdot kg^{-1} Kg}$$
$$s^2 m^{-3} = \frac{1}{m^3 \cdot s^{-2}}$$
$$s^2 m^{-3} = s^2 m^{-3}$$
La dimension est cohérente.

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2 G}{M_{51Peg\_a}}$$
$$\frac{[T]^2}{[r]^3} = \frac{[4\pi^2][G]}{[M_{51Peg\_a}]}$$
$$\frac{s^2}{m^3} = \frac{m^3 \cdot s^{-2} \cdot kg^{-1}}{Kg}$$
$$s^2 m^{-3} = m^3 \cdot s^{-2} \cdot kg^{-2}$$
La dimension n'est pas bonne.

Deux expressions sont possibles :
$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_{51Peg\_a}}$$
et
$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_{Soleil}}$$

Or le système étudié est : 51Peg_b qui gravite autour d'une étoile de type solaire, nommée 51Peg_a. La force qu'il subit est celle qu'exerce 51Peg_a. $\frac{T^2}{r^3}$ ne peut donc pas dépendre de M_{Soleil}.

Ainsi, la bonne expression qui correspond à la troisième loi de Kepler pour la situation étudiée est :
$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_{51Peg\_a}}$$

A.3.

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_{51Peg\_a}}$$

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{G \cdot M_{51Peg\_a}}{4\pi^2}$$

$$r^3 = \frac{G \cdot M_{51Peg\_a}}{4\pi^2} \times T^2$$

$$r = \left(\frac{G \cdot M_{51Peg\_a}}{4\pi^2} \times T^2\right)^{\frac{1}{3}}$$

Ou

$$r = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_{51Peg\_a}}{4\pi^2} \times T^2}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{6{,}6742.10^{-11} \times 1{,}89.10^{30}}{4\pi^2} \times (4{,}3 \times 24 \times 60 \times 60)^2}$$

$$r = 7{,}6.10^9 \text{ m}$$
$$r = 7{,}6.10^6 \text{ km}$$

A.4.

$$\frac{r_{Mercure}}{r_{51Peg\_b}} = \frac{5{,}8.10^7}{7{,}73.10^6} = 7{,}5$$

Mercure est 7,5 fois plus éloignée du soleil que 51Peg_b de son étoile 51Peg_a.

$$\frac{T_{Mercure}}{T_{51Peg\_b}} = \frac{88}{4{,}3} = 20$$

La période de Mercure est 20 fois grande que celle de 51Peg_b.

B. La lunette astronomique et exoplanète

B.1.

$$\alpha = \frac{AB}{D}$$

AB : Distance entre 51Peg_a et 51Peg_b.

D : distance entre la Terre et l'étoile 51Peg_a

$$\alpha = \frac{7{,}5.10^6 \times 10^3}{4{,}53.10^{17}}$$

$$\alpha = 1{,}7.10^{-8} \text{ rad}$$

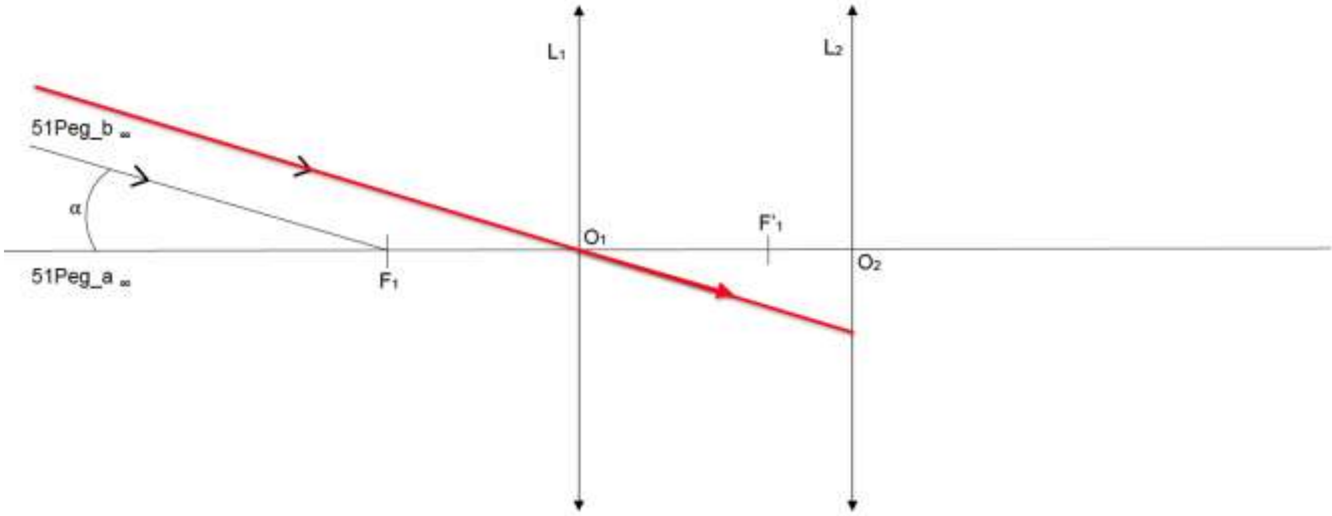
$$\alpha_{min} = 3{,}0.10^{-4} \text{ rad}$$

$$\alpha < \alpha_{min}$$

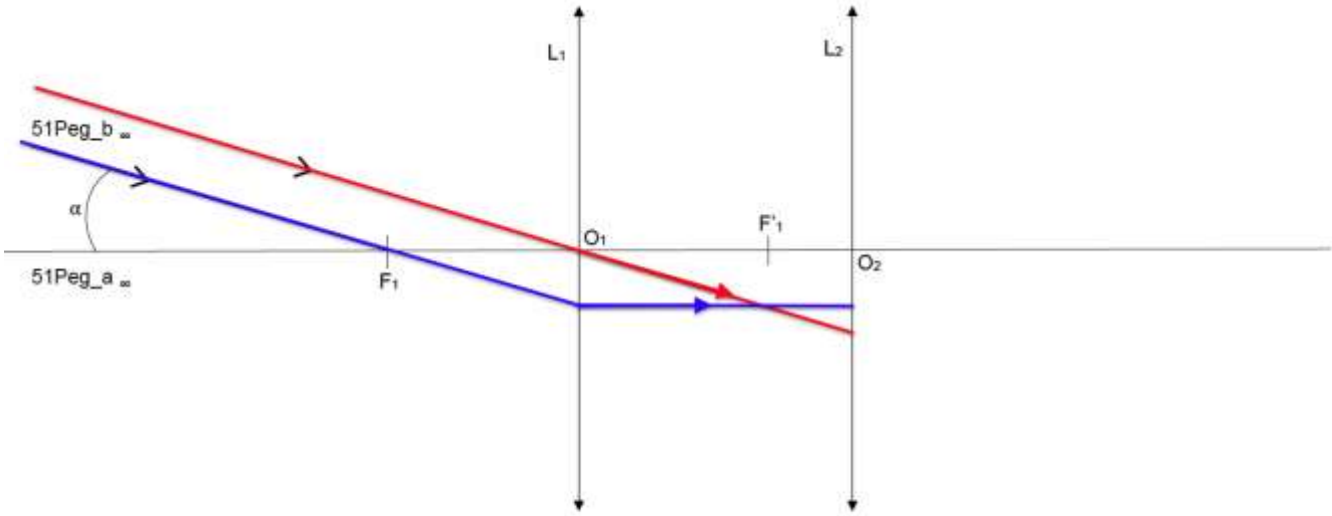
Ainsi on ne peut pas distinguer 51Peg_a de 51Peg_b à l'œil nu.

B.2.

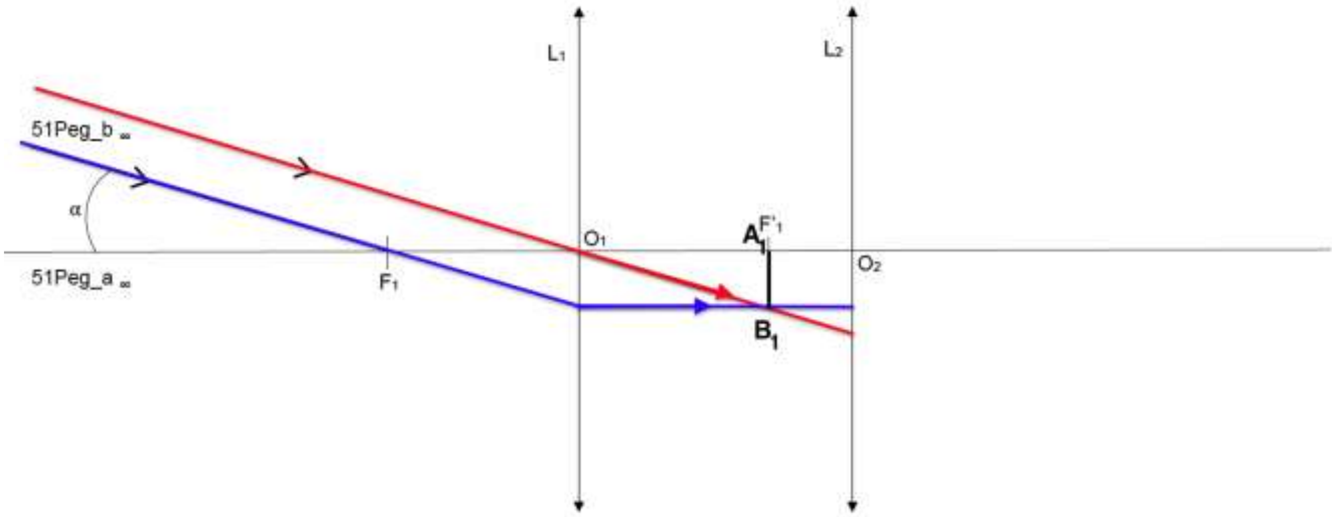
Le rayon lumineux 3 issu de $\mathbf{51Peg\_b}_{\infty}$ pénétrant dans la lunette par le centre optique O_1 de la lentille L_1 n'est pas dévié.



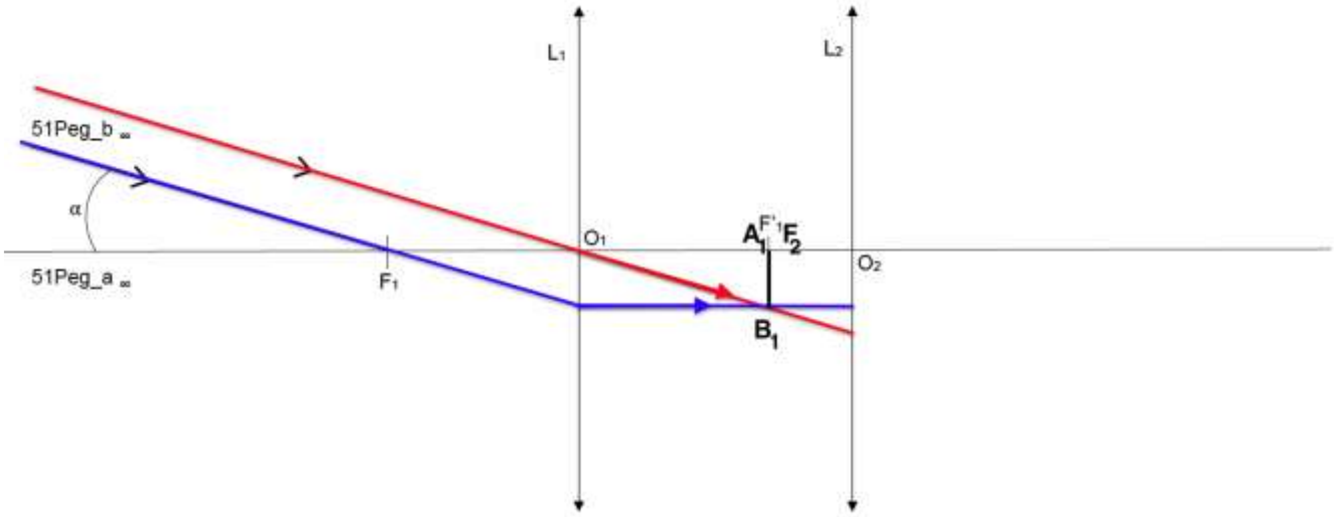
Le rayon lumineux 3 issu de $\mathbf{51Peg\_b}_{\infty}$ passant par F_1 est dévié parallèlement à l'axe optique.



Position de $\mathbf{B_1}$ image intermédiaire de $\mathbf{51Peg\_b}_{\infty}$: intersection des deux rayons.

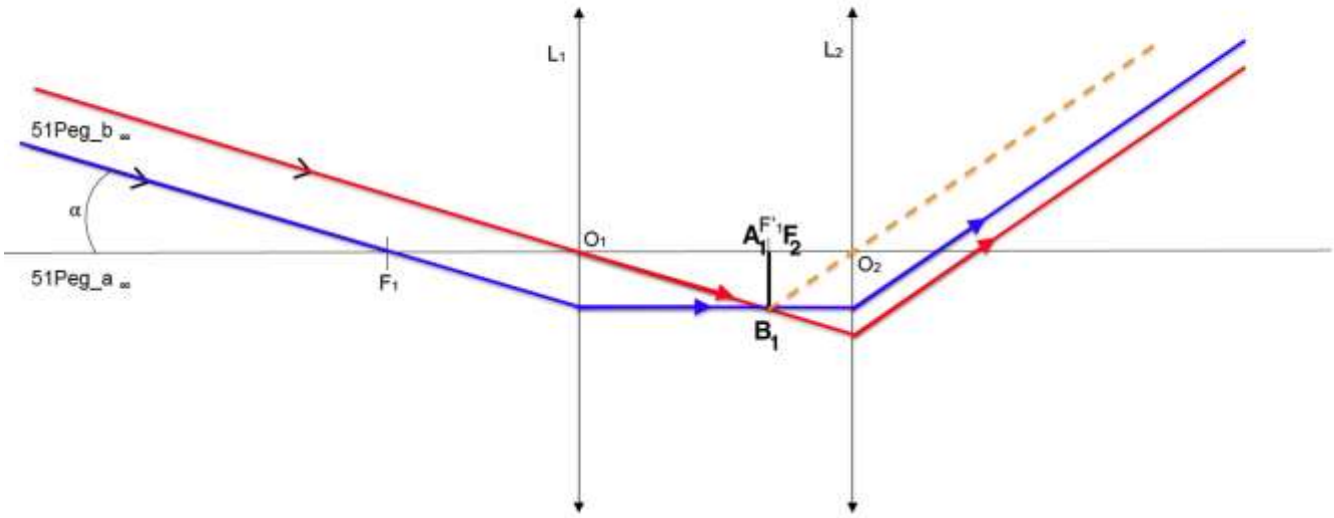


Remarque : on considère que la lunette est afocale. $\mathbf{F_1'}$ et F_2 sont confondus

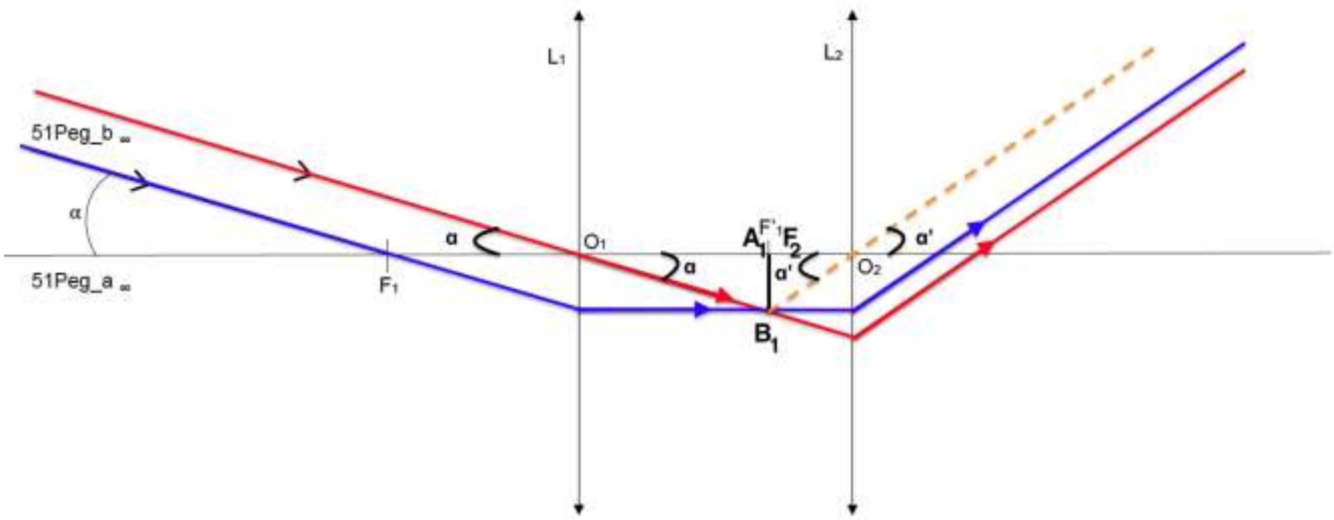


Pour les rayons émergeants de la lentille L_2 :

- On trace un rayon issu de $\mathbf{B_1}$ passant par O_2. Ce rayon ne sera pas dévié.
- De plus nous savons que l'image d'un objet situé dans le plan focal objet d'une lentille se forme à l'infini. Ainsi les rayons émergeants de la lentille L_2 issue de $\mathbf{B_1}$ seront parallèles à ce rayon tracé.



L'angle α' sous lequel est vu le système double quand on l'observe avec la lunette astronomique



B.3.

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha}$$

$$\tan(\alpha) \approx \alpha = \frac{A_1B_1}{f'_1}$$

$$\tan(\alpha') \approx \alpha' = \frac{A_1B_1}{f'_2}$$

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{\frac{A_1B_1}{f'_2}}{\frac{A_1B_1}{f'_1}} = \frac{A_1B_1}{f'_2} \times \frac{f'_1}{A_1B_1} = \frac{f'_1}{f'_2}$$

$$G = \frac{f'_1}{f'_2}$$

B.4.

Pour pouvoir distinguer 51Peg_b de son étoile il faut un angle $\alpha' > \alpha_{min}$ avec $\alpha_{min} = 3{,}0.10^{-4}$ rad

Calculons α' pour les différents oculaires :

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{f'_1}{f'_2}$$

$$\alpha' = \frac{f'_1}{f'_2} \times \alpha$$

Oculaires	$\boldsymbol{\alpha'}$	Comparaison avec $\boldsymbol{\alpha_{min}}$	Distinguer 51Peg_b de son étoile
6,0 mm	$\alpha' = \frac{f'_1}{f'_2} \times \alpha = \frac{900.10^{-3}}{6{,}0.10^{-3}} \times 1{,}7.10^{-8} = 2{,}6.10^{-6}$ rad	$\alpha' < \alpha_{min}$	Non
10,0 mm	$\alpha' = \frac{f'_1}{f'_2} \times \alpha = \frac{900.10^{-3}}{10{,}0.10^{-3}} \times 1{,}7.10^{-8} = 1{,}5.10^{-6}$ rad	$\alpha' < \alpha_{min}$	Non
20,0 mm	$\alpha' = \frac{f'_1}{f'_2} \times \alpha = \frac{900.10^{-3}}{20{,}0.10^{-3}} \times 1{,}7.10^{-8} = 7{,}7.10^{-7}$ rad	$\alpha' < \alpha_{min}$	Non

On ne peut pas distinguer 51Peg_b de son étoile quelque soi l'oculaire.