Métropole juin 2021 sujet 2
CORRECTION Yohan Atlan © www.vecteurbac.fr

CLASSE : Terminale **EXERCICE A** : au choix du candidat (10 points)
VOIE : ☒Générale
ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ: Sciences de l'ingénieur- Partie Sciences physiques
DURÉE DE L'EXERCICE : 30 min **CALCULATRICE AUTORISÉE :** ☒ Oui « type collège »

EXERCICE A : ETUDE DE LA DEUXIEME LOI DE KEPLER (10 points)

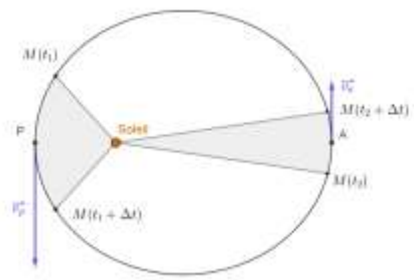
1.

Deuxième loi de Kepler : le segment soleil planète balaie des aires égales au cours de durées égales.

Les aires ne sont pas égales dans le schéma B.

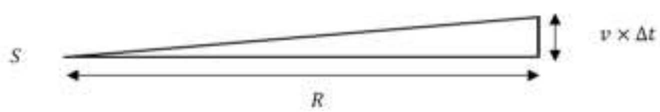
De plus, pour que les aires soient égales la planète va plus vite lorsqu'elle est proche d'un foyer de l'ellipse que quand elle est loin.
Ainsi, on élimine le schéma C.

Le schéma correct est le A.



2.

$$\text{Air d'un triangle} = \frac{\text{Base} \times \text{hauteur}}{2}$$



$$\boxed{A = \frac{R \times v \times \Delta t}{2}}$$

3.

$$A = \frac{R_{Tmin} \times v_{Tmax} \times \Delta t}{2}$$

$$A = \frac{147 \times 10^6 \times 30{,}3 \times 1}{2} = 2{,}23 \times 10^9 \text{km}^2$$

Ou

$$A = \frac{R_{Tmax} \times v_{Tmin} \times \Delta t}{2}$$

$$A = \frac{152 \times 10^6 \times 29{,}3 \times 1}{2} = 2{,}23 \times 10^9 \text{km}^2$$

Ou

$$A = \frac{R_{Tmoy} \times v_{Tmoy} \times \Delta t}{2}$$

$$\boxed{A = \frac{150 \times 10^6 \times 29{,}5 \times 1}{2} = 2{,}21 \times 10^9 \text{km}^2}$$

Quelque soit le calcul : $A = \text{constante}$, les données dans le cas de la Terre sont donc compatibles avec la seconde loi de Kepler.

4.

Pour mars :

$$A = \frac{R_{Mmin} \times v_{Mmax} \times \Delta t}{2}$$

$$A = \frac{207 \times 10^6 \times 26{,}5 \times 1}{2} = 2{,}74 \times 10^9 \mathrm{km}^2$$

Ou

$$A = \frac{R_{Mmax} \times v_{Mmin} \times \Delta t}{2}$$

$$A = \frac{249 \times 10^6 \times 22{,}0 \times 1}{2} = 2{,}74 \times 10^9 \mathrm{km}^2$$

Ou

$$A = \frac{R_{Mmoy} \times v_{Mmoy} \times \Delta t}{2}$$

$$\boxed{A_{moy} = \frac{228 \times 10^6 \times 24{,}1 \times 1}{2} = 2{,}75 \times 10^9 \mathrm{km}^2}$$

L'aire balayée durant 1 s n'est pas la même pour la Terre et pour Mars.

5.

Système : planète

Référentiel : Héliocentrique supposé galiléen

D'après la 2nd loi de Newton :

$$\Sigma \overrightarrow{F_{ext}} = M_P \vec{a}$$

$$\overrightarrow{F_{S/P}} = M_P \vec{a}$$

$$G . \frac{M_S \times M_P}{R^2} \vec{n} = M_P \vec{a}$$

$$\vec{a} = G . \frac{M_S}{R^2} \vec{n}$$

Pour un mouvement circulaire, dans le repère de Frenet, le vecteur accélération est de la forme:

$$\vec{a} = \frac{v^2}{R} \vec{n} + \frac{dv}{dt} \vec{T}$$

$$\vec{a} = \frac{v^2}{R} \vec{n} + \frac{dv}{dt} \vec{T}$$

$$\boldsymbol{\vec{a} = G . \frac{M_S}{R^2} \vec{n}}$$

L'accélération étant unique, par identification :

1) $\boldsymbol{\frac{dv}{dt} = 0}$ donc la vitesse est constante.
2) $\boldsymbol{\frac{v^2}{R} = G . \frac{M_S}{R}}$

$$\boldsymbol{v^2 = G . \frac{M_S}{R^2} \times R}$$

$$\boldsymbol{v^2 = G . \frac{M_S}{R}}$$

$$\boxed{\mathbf{v} = \sqrt{\frac{\mathbf{G} \times \mathbf{M_S}}{\mathbf{R}}}}$$

6.

$$A = \frac{R \times v \times \Delta t}{2}$$

$$A = \frac{R \times \sqrt{\frac{G \times M_S}{R}} \times \Delta t}{2}$$

$$A = \frac{\sqrt{\frac{R^2 \times G \times M_S}{R}} \times \Delta t}{2}$$

$$\boxed{A = \frac{\sqrt{R \times G \times M_S} \times \Delta t}{2}}$$

7.

$$A = \frac{\sqrt{R \times G \times M_S} \times \Delta t}{2}$$

$$A = \frac{\sqrt{G \times M_S} \times \Delta t}{2} \times \sqrt{R}$$

A est proportionnel à $\sqrt{R}$.
Donc $A = f(R)$ est une droite passant par l'origine.

Graphique a