CLASSE : Terminale	**EXERCICE A** : au choix du candidat (5 points)
VOIE : ☒ Générale	**ENSEIGNEMENT : physique-chimie**
DURÉE DE L'ÉPREUVE : 0h53	**CALCULATRICE AUTORISÉE :** ☒Oui sans mémoire, « type collège »

EXERCICE A : LES SUPERCONDENSATEURS (5 points) au choix du candidat

1.
Capacité du supercondensateur : 400 F
Capacités des condensateurs utilisées au lycée ou en électronique : quelques Microfarad

La valeur de la capacité du supercondensateur étudié est très supérieure aux valeurs usuelles des capacités des condensateurs utilisées au lycée ou en électronique

2.
Texte du sujet : « Si des condensateurs classiques étaient utilisés à la place des supercondensateurs, il faudrait *des armatures de très grandes surfaces* et *très rapprochées*, séparées par un excellent diélectrique. »

$$\mathbf{C} = \epsilon \frac{\mathbf{S}}{\mathbf{d}}$$

La capacité est proportionnelle à la surface S des armatures, ainsi pour avoir une grande capacité il faut des armatures de très grandes surfaces.
La capacité est inversement proportionnelle à d l'écartement entre les deux armatures, ainsi pour avoir une grande capacité il faut des armatures très rapprochées.

3.
Relation entre l'intensité i(t) du courant électrique et la dérivée de la charge q(t) portée par l'armature A du supercondensateur

$$i(t) = \frac{dq_{(t)}}{dt}$$

Relation entre l'intensité i(t), la capacité C et la dérivée de la tension électrique $u_C(t)$ aux bornes du supercondensateur :
La charge q d'un condensateur est proportionnelle à la tension U entre ses armatures :

$$q(t) = C \times U_C(t)$$

D'ou

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = \frac{d(CU_C(t))}{dt} = C\frac{dU_C(t)}{dt}$$

4.
D'après la loi d'additivité des tensions ou loi des mailles :

$$U_C(t) + U_R(t) = E$$

or $U_R(t) = R \times i$

$$U_C(t) + R \times i = E$$

$$U_C(t) + RC\frac{dU_C(t)}{dt} = E$$

On divise par RC

$$\frac{1}{RC}U_C(t) + \frac{dU_C(t)}{dt} = \frac{E}{RC}$$

$$\frac{dU_C(t)}{dt} + \frac{1}{RC}U_C(t) = \frac{E}{RC}$$

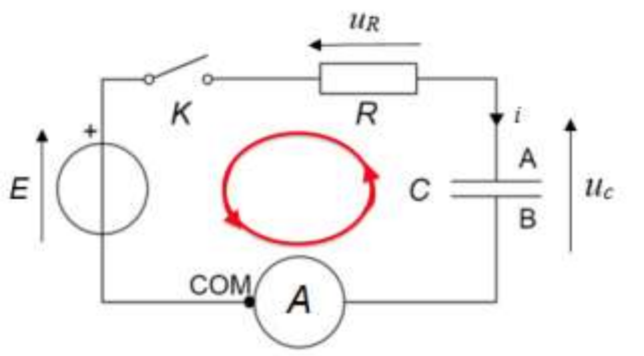


figure 1. Circuit électrique RC série

Par identification avec la forme recherchée :

$$\frac{dU_C(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}U_C(t) = \frac{E}{\tau}$$

$$\tau = RC$$

5.

Vérifions que les solutions de cette équation différentielle sont de la forme :

$U_C(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + E$

-Dérivons $U_C(t)$:

$\frac{dU_C(t)}{dt} = -\frac{A}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$

-Remplaçons $U_C(t)$ et $\frac{dU_C(t)}{dt}$ dans l'équation :

$$\frac{dU_C(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}U_C(t) = \frac{E}{\tau}$$
$$-\frac{A}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{1}{\tau}\left(Ae^{-\frac{t}{\tau}} + E\right) = \frac{E}{\tau}$$
$$-\frac{A}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{1}{\tau}Ae^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{1}{\tau}E = \frac{E}{\tau}$$

$$\frac{1}{\tau}E = \frac{E}{\tau}$$
$$E = E$$

La solution de la forme $U_C(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + E$ vérifie l'équation différentielle.

Or cette relation est vraie quelque soit le temps, donc :

$U_C(t=0) = 0$

$Ae^{-\frac{0}{\tau}} + E = 0$

$A + E = 0$

$A = -E$

Soit $U_C(t) = -Ee^{-\frac{t}{\tau}} + E$

$U_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

6.

La constante de temps $\tau = RC$, peut être déterminée graphiquement par deux méthodes :

- ✓ $U_C(t=\tau) = E\left(1 - e^{-\frac{\tau}{\tau}}\right) = E(1 - e^{-1}) = 0{,}63E$

  On lit le temps pour lequel $U_C(\tau) = 0{,}63E = 0{,}63 \times 2{,}5 = 1{,}6\ V$

- ✓ On trace la tangente à la courbe à t=0 et on regarde l'abscisse du point d'intersection entre cette tangente et l'asymptote $U_C = E$ pour la charge, et $U_C = 0$ pour la décharge.

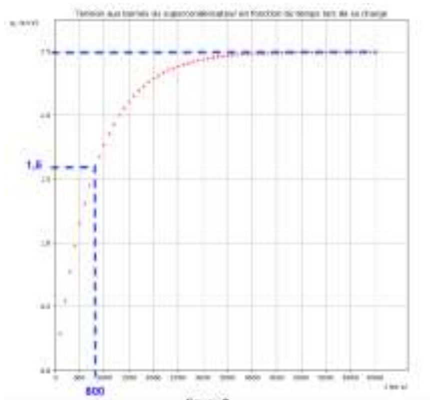
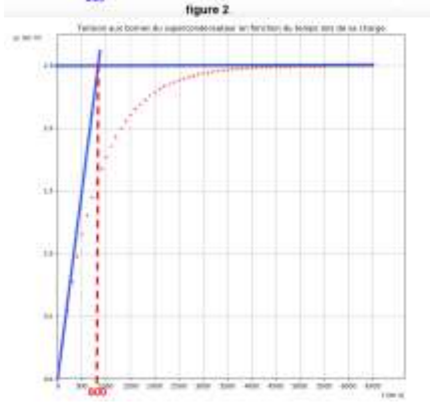


figure 2



On trouve $\tau = 800\ s$

$C_1 = \frac{\tau}{R}$

$C_1 = \frac{800}{2{,}0} = 4{,}0.10^2 F$

7.
L'incertitude porte sur le chiffre des unités. Ainsi, tau ne peut être plus précis que le chiffre des unités.
On majore le résultat de l'incertitude :
$\tau = 814 \pm 2 \text{ s}$

8.

Calculons la capacité C_2 :
$C_2 = \frac{\tau_2}{R}$
$C_2 = \frac{814}{2,0} = 4,1.10^2 \text{ F}$

Calculons l'incertitude-type $u(C_2)$:

$$u(C_2) = C_2\sqrt{\left(\frac{u(R)}{R}\right)^2 + \left(\frac{u(\overline{\tau_2})}{\overline{\tau_2}}\right)^2}$$
$$u(C_2) = 4,1.10^2\sqrt{\left(\frac{0,1}{2,0}\right)^2 + \left(\frac{2}{814}\right)^2}$$
$$u(C_2) = 2.10^1 \text{F}$$

Exprimons la capacité C_2 avec son incertitude-type:

$C_2 = 4,1.10^2 \pm 2.10^1$
$C_2 = (4,1 \pm 0,2).10^2 \text{F}$

9.
$$\frac{|C_2 - C_{ref}|}{u(C_2)} = \frac{|4,1.10^2 - 400|}{2.10^1} = 0,5 < 2$$

La valeur mesurée est en accord avec la valeur de référence.