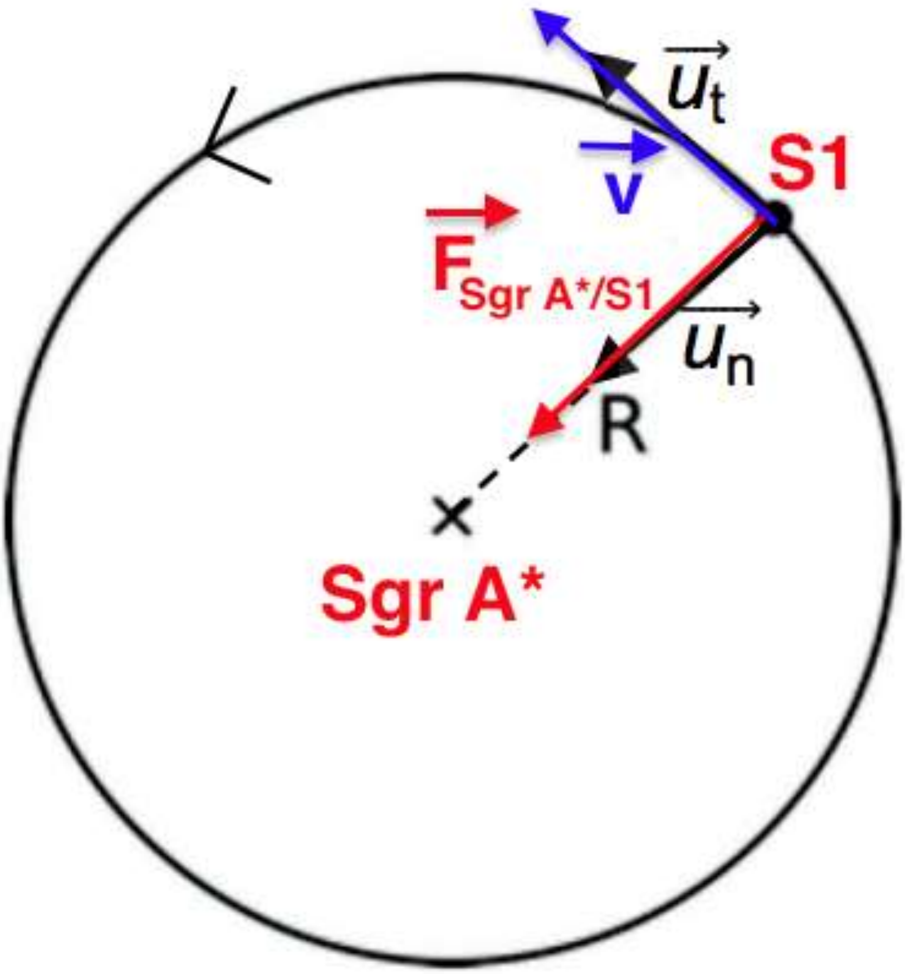
Métropole 2023 sujet 2
CORRECTION Yohan Atlan © www.vecteurbac.fr

CLASSE : Terminale **EXERCICE B** : 10 points
VOIE : ☒Générale
ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ: Sciences de l'ingénieur- Partie Sciences physiques
DURÉE DE L'EXERCICE : 30 min **CALCULATRICE AUTORISÉE :** ☒Oui « type collège »

EXERCICE B – Sagittarius A* (10 points)

Q1.



Q2.
Système : étoile S1
Référentiel : Sgr A*centrique supposé galiléen.

D'après la 2nd loi de Newton :

$$\Sigma\overrightarrow{F_{ext}} = M_{S1}\vec{a}$$

$$\vec{F}_{Sgr\ A*/S1} = M_{S1}\vec{a}$$

$$G\,.\frac{M_{A*} \times M_{S1}}{R^2}\vec{u}_N = M_{S1}\vec{a}$$

$$\vec{a} = G\,.\frac{M_{A*}}{R^2}\vec{u}_N$$

Q3.

Pour un mouvement circulaire, dans le repère de Frenet, le vecteur accélération est de la forme:

$$\vec{a} = \frac{v^2}{R}\vec{u}_N + \frac{dv}{dt}\vec{u}_T$$

L'accélération étant unique, par identification :

$\frac{\mathbf{dv}}{\mathbf{dt}} = \mathbf{0}$ donc la vitesse est constante : le mouvement est uniforme

Q4.

L'accélération étant unique, par identification :

$$\frac{v^2}{R} = G\,.\frac{M_{A*}}{R^2}$$

$$v^2 = G\,.\frac{M_{A*}}{R}$$

$$v = \sqrt{G\,.\frac{M_{A*}}{R}}$$

$$v = \sqrt{\frac{G \times M_{A*}}{R}}$$

Q5.

La période de révolution est :

$$T = \frac{\text{Périmètre d'un cercle}}{\text{vitesse}} = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi R}{\sqrt{\frac{G \times M_{A*}}{R}}} = 2\pi R\sqrt{\frac{R}{G \times M_{A*}}}$$

$$T^2 = 2^2\pi^2R^2\left(\sqrt{\frac{R}{G \times M_{A*}}}\right)^2$$

$$T^2 = 4\pi^2R^2\frac{R}{G \times M_{A*}}$$

$$T^2 = 4\pi^2\frac{R^3}{G \times M_{A*}}$$

$$\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{G \times M_{A*}}$$

La troisième loi de Kepler pour ce mouvement circulaire peut s'écrire : $\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{G \times M_{A*}}$

Q6.

La figure 1 montre une droite passant par l'origine d'équation $T^2 = 7{,}342 \times 10^{-26} \times a^3$

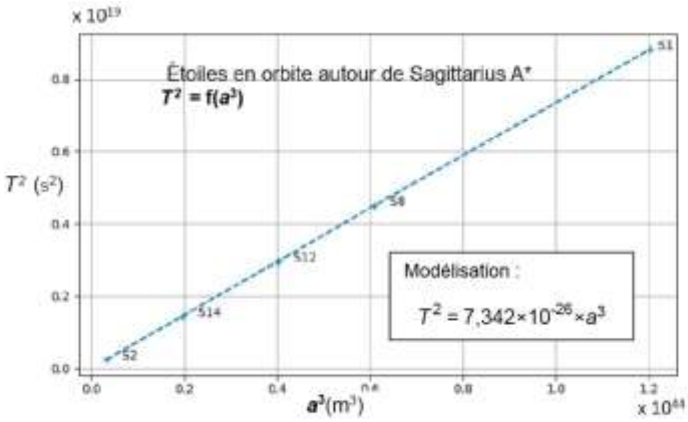


Figure 1. Étoiles en orbite autour de Sagittarius

$$\frac{T^2}{a^3} = 7{,}342 \times 10^{-26}$$

On obtient bien

$$\frac{T^2}{a^3} = \text{constante}$$

La loi de Kepler peut être généralisée aux orbites non circulaires des autres étoiles de l'amas stellaire.

Q7.

Question 5 :

$$\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{G \times M_{A*}}$$

Question 6 :

$$\frac{T^2}{a^3} = 7{,}342 \times 10^{-26}$$

Donc :

$$7{,}342 \times 10^{-26} = \frac{4\pi^2}{G \times M_{A*}}$$

$$7{,}342 \times 10^{-26} \times G \times M_{A*} = 4\pi^2$$

$$M_{A*} = \frac{4\pi^2}{7{,}342 \times 10^{-26} \times G}$$

$$M_{A*} = \frac{4\pi^2}{7{,}342 \times 10^{-26} \times 6{,}67 \times 10^{-11}}$$

$$M_{A*} = 8{,}06 \times 10^{36}\ \text{Kg}$$

$$M_S = 1{,}989 \times 10^{30}\ \text{Kg}$$

$$\frac{M_{A*}}{M_S} = \frac{8{,}06 \times 10^{36}}{1{,}989 \times 10^{30}}$$

$$\frac{M_{A*}}{M_S} = 4{,}05 \times 10^6$$

$$M_{A*} = 4{,}05 \times 10^6 M_S$$

$$M_{A*} = 4{,}05\ \text{millions}\ M_S$$

La masse Sgr A* est de 4,05 millions de masses solaires.
La valeur trouvée est proche de celle annoncée.