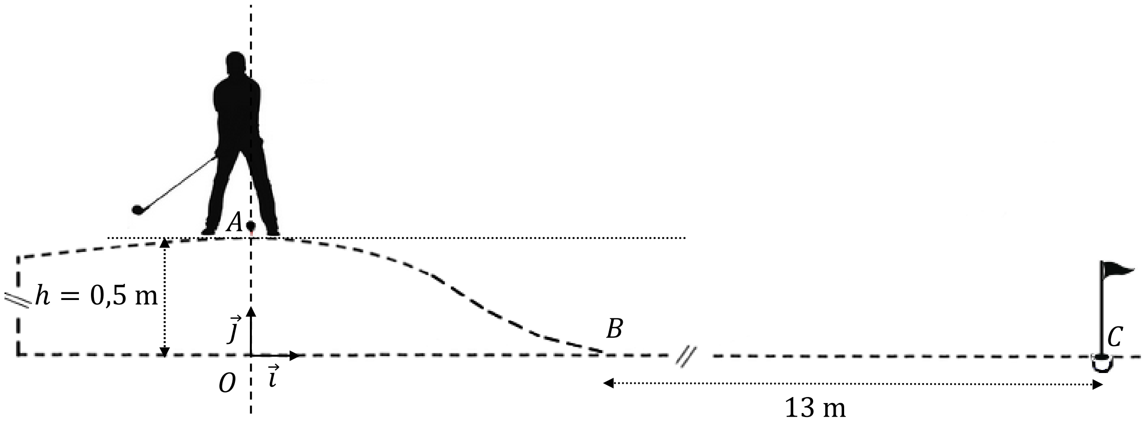
Exercice 4 (6 points)

Un joueur de mini-golf se trouve au sommet A d'une butte. Il vise le point C situé plus loin, sur la piste selon le schéma suivant :



Le golfeur frappe doucement la balle. La balle **ne quitte pas le sol**, passe par le point B et se dirige vers le point C.

On donne :

- la masse de la balle : $m = 4,6.10^{-2}\ \mathrm{kg}$;
- la vitesse initiale au point A : $v_A = \ 1,50\ \mathrm{m.s^{-1}}$.

1. Quel est le référentiel d'étude du mouvement de la balle ?

2. On étudie le système {balle} du point de départ A vers la base de la butte B.

Les frottements sont considérés comme négligeables.

On note g l'accélération de la pesanteur avec $g = 10\ \mathrm{m.s^{-2}}$.

Au cours de cette phase du mouvement, la variation d'énergie cinétique du système est égale au travail des forces extérieures appliquées au système.

a. Exprimer le travail du poids $W_{\vec{P}}$ entre le point A et le point B.

b. Sans calcul, indiquer la valeur du travail de la réaction du support.

c. Exprimer la variation d'énergie cinétique entre le point A et le point B.

d. Vérifier que la vitesse de la balle en B est $v_B = 3,50\ \mathrm{m.s^{-1}}$.

Dans les questions suivantes, on étudie le système {balle} entre le point B et le point C.

On prend $t = 0\ s$ comme étant l'instant où la balle quitte le point *B*.

3. On suppose, dans cette question, que les frottements sont négligeables.

a. À quelles forces est soumis le système ?

b. Justifier que la vitesse du système entre *B* et *C* est $v_1 = 3,50\ \mathrm{m.s^{-1}}$.

4. On considère que le système est soumis à une force de frottement linéaire de type $\overrightarrow{F_f} = -\alpha.\vec{v}$

   a. Appliquer le principe fondamental de la dynamique sur le système et en déduire l'équation différentielle que vérifie v_x en fonction de m et α.

   b. On admet que la fonction v_x définie par $v_x(t) = K.\mathrm{e}^{-\frac{\alpha.t}{m}}$ est solution de cette équation différentielle.

      À partir des conditions initiales, déterminer la valeur de K.

   c. La balle est en C au temps $t = 3{,}9$ s.

      La vitesse moyenne de la fonction v_x sur l'intervalle $[0\,;3{,}9]$ est donnée par :

$$v_2 = \frac{1}{3{,}9}\int_0^{3{,}9} v_x(t)\ dt$$

      Sachant que $\alpha = 1{,}1.10^{-3}\mathrm{N.m^{-1}.s}$, montrer que $v_2 \approx 3{,}34$ m.s^{-1}.

   d. En comparant les vitesses v_1 et v_2, quelle hypothèse peut-on en tirer sur l'impact des frottements sur le mouvement ?

   e. La balle poursuit son mouvement au-delà du point C.

      Déterminer $\lim\limits_{t\to+\infty} v_x(t)$ et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.