

BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

SESSION 2022

SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE L'INDUSTRIE ET DU DEVELOPPEMENT DURABLE

Physique-Chimie et Mathématiques

Durée de l'épreuve : **3 heures**

L'usage de la calculatrice avec mode examen actif est autorisé.

L'usage de la calculatrice sans mémoire, « type collègue » est autorisé.

Dès que ce sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

Ce sujet comporte 16 pages numérotées de 1/16 à 16/16.

PHYSIQUE-CHIMIE 14/20 points
MATHÉMATIQUES 6/20 points

Le candidat sera attentif aux consignes contenues dans le sujet pour traiter les 4 exercices.

EXERCICE 1 commun à tous les candidats (4 points)

(physique-chimie et mathématiques)

L'étude proposée concerne un avion A320 d'environ 180 places.

Le taxiage est la période au cours de laquelle l'avion se déplace au sol, soit pour aller vers la piste de décollage soit pour aller vers son point de stationnement.

L'objectif du dispositif étudié est de permettre le déplacement autonome de l'avion au sol, sans utiliser ses moteurs principaux (réacteurs) mais des moteurs électriques.

Cette solution garantit une réduction des nuisances sonores et des émissions de CO₂.

L'utilisation des moteurs électriques diminue aussi fortement l'ingestion de corps étrangers (oiseaux) par les réacteurs sur le tarmac. La solution étudiée consiste en une motorisation électrique des deux trains principaux de l'avion (un moteur électrique par train). Lors des phases de déplacement au sol, l'avion est propulsé par ses moteurs électriques, au lieu de ses réacteurs.

Caractéristiques de l'Airbus A320

Equipage	
Equipage commercial	4 personnes
Equipage technique	2 personnes
Mécanicien navigant	-
Pilotes	2 personnes
Radion	-
Masses (kg)	
Masse à vide	42600
Masse maximale à l'atterissage	64500
Masse maximale au décollage	73500
Motorisation	
Moteurs	-
Poussée	9980 kgp
Réacteurs	x2 CFM56-5A4

D'après https://fr.wikipedia.org/wiki/Airbus_A320

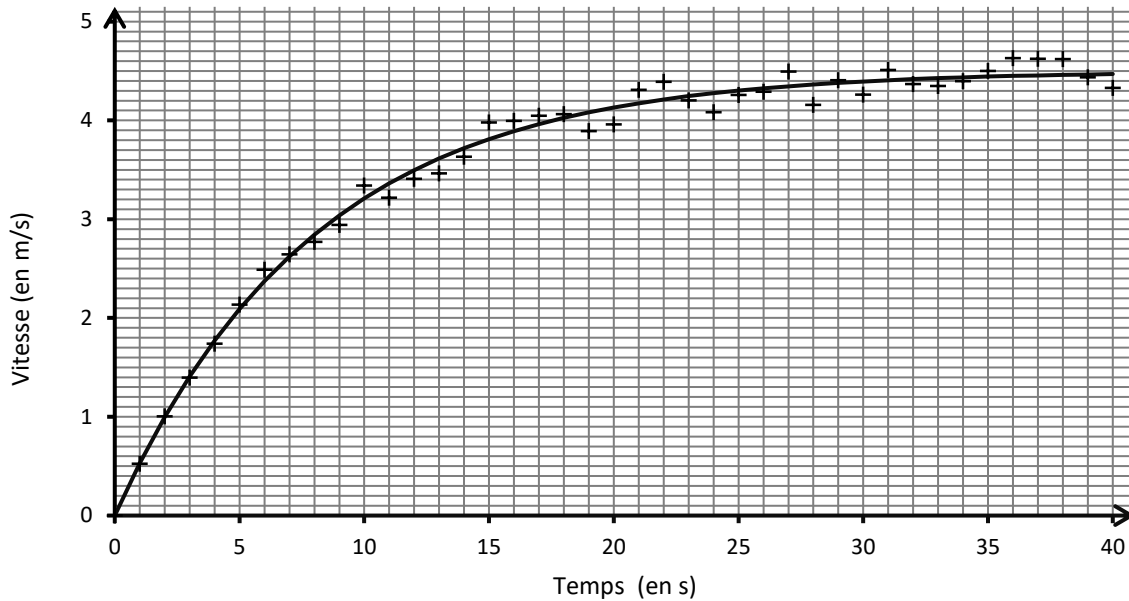
Toute l'étude est réalisée lors d'un taxiage avant un décollage sur sol horizontal en charge maximale.

L'avion, initialement à l'arrêt, démarre sur un sol horizontal et atteint une vitesse maximale v_{\max} . On modélise la vitesse de l'avion, exprimée en $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, par une fonction f définie sur $[0 ; +\infty[$ par $f(t) = A \times (1 - e^{-0,13t})$ où A est une constante réelle et t est le temps exprimé en seconde.

1. Exprimer en fonction de A , $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t)$.

La représentation graphique de cette fonction est donnée sur le graphique ci-après. Elle modélise les valeurs expérimentales représentées par des croix sur ce graphique.

Évolution de la vitesse de l'avion lors du taxiage

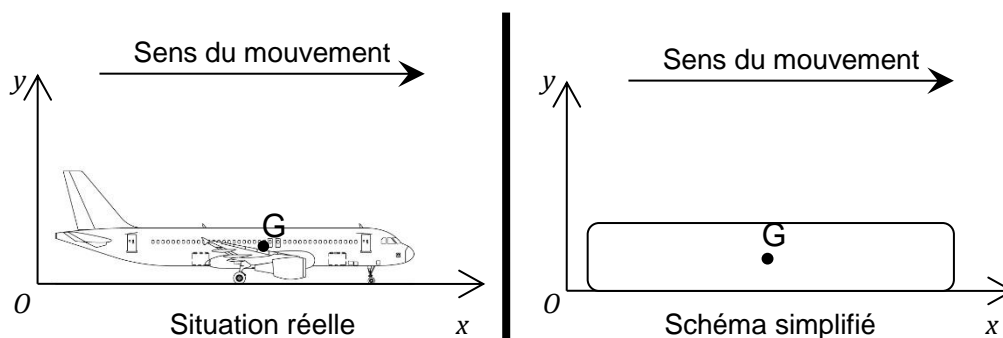


2. Conjecturer la valeur de A à l'aide du graphique.

La vitesse de l'avion, exprimée en $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, est modélisée par la fonction v définie sur $[0 ; +\infty[$ par $v(t) = 4,5 \times (1 - e^{-0,13t})$. On admet que v est dérivable sur $[0 ; +\infty[$ et on note v' la dérivée de v .

3. Montrer que $v'(t) = 0,585 \times e^{-0,13t}$. En déduire l'accélération initiale de l'avion.

Schéma du taxiage



4. Préciser la direction et le sens de la force de traction \vec{F}_T exercée par les moteurs électriques sur l'avion.

5. Recopier le schéma simplifié sur votre copie et représenter en G , sans souci d'échelle, toutes les forces s'exerçant sur l'avion. Indiquer le nom de chacune de ces forces.

6. On se place à l'instant $t = 0$ s. En appliquant le principe fondamental de la dynamique, montrer que si l'on néglige les forces de frottement, on peut écrire $F_T = m \times a$.
7. En déduire la valeur de la force de traction exercée par chacun des moteurs électriques lors du démarrage de l'avion, sachant que l'accélération à $t = 0$ s est estimée à $0,585 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

EXERCICE 2 commun à tous les candidats (6 points)

(physique-chimie)

Le robot d'assistance à la personne Romeo

Développé par l'entreprise française Aldebaran Robotics, cet androïde mesure 1,40 m, pèse 40 kg et se veut « un véritable assistant et compagnon personnel » pour les personnes âgées. Romeo peut évidemment marcher, voir en trois dimensions et faire la conversation...

D'après <https://www.rtflash.fr>



D'après

[https://fr.wikipedia.org/wiki/Romeo_\(robot\)](https://fr.wikipedia.org/wiki/Romeo_(robot))

L'énergie utilisée par Romeo est stockée à l'emplacement du cœur et des poumons d'un humain. Elle provient d'un assemblage d'accumulateurs connectés en série et en parallèle. Cet assemblage sera désigné sous le nom de « pack batterie ».

Le pack batterie doit avoir une tension nominale de 48 V et une capacité nominale de 3300 mA·h. Les accumulateurs BM18650ETC1 qui le composent sont décrits ci-dessous.

Accumulateur de forte puissance BM18650ETC1

(d'après documentation BMZ GMBH)



Pack batterie constitué de plusieurs accumulateurs BM18650ETC1

Technologie : Lithium Fer Phosphate (LiFePO_4)

Caractéristiques d'un accumulateur :

Masse : 38,8 g

Tension nominale : 3,2 V

Capacité nominale : 1100 mA·h

1. Déterminer le nombre d'accumulateurs à placer en série et en parallèle pour obtenir le pack batterie complet qui alimente le robot Romeo. Justifier votre réponse.

Pour la suite de l'exercice, on admet que le pack batterie est constitué de 45 accumulateurs au Lithium Fer Phosphate LiFePO_4 .

2. Déterminer la masse du pack batterie.
3. Déterminer l'énergie que peut fournir le pack batterie.

On donne ci-dessous le tableau comparatif de quelques technologies d'accumulateurs :

Spécifications	Pb	NiCd	NiMH	LiFePO ₄
Energie massique en Wh·kg ⁻¹	40	60	80	90
Durée de vie en nombre de charge/décharge (pour un taux de décharge de 80 %)	250	1000	400	1500

D'après <https://fr.wikipedia.org>

4. Justifier le choix de la technologie LiFePO₄ pour assurer l'autonomie énergétique du robot Romeo.
5. En considérant que la valeur moyenne de l'intensité du courant débité est de 2,8 A, déterminer l'autonomie de fonctionnement du robot. Exprimer le résultat en minute. Commenter.

Lors de la décharge d'un accumulateur LiFePO₄, les équations modélisant les transformations électrochimiques qui se produisent aux électrodes sont les suivantes :

- à la borne + : $\text{FePO}_4 (\text{s}) + \text{Li}^+ + \text{e}^- \rightarrow \text{LiFePO}_4 (\text{s})$
- à la borne - : $\text{LiC}_6 (\text{s}) \rightarrow 6 \text{C} (\text{s}) + \text{Li}^+ + \text{e}^-$

Données :

- Constante de Faraday : $F = 9,65 \cdot 10^4 \text{ C} \cdot \text{mol}^{-1}$
- $1 \text{ A} \cdot \text{h} = 3600 \text{ C}$
- Masses molaires atomiques : $M(\text{Fe}) = 55,8 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$; $M(\text{P}) = 31,0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$;
 $M(\text{O}) = 16,0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$; $M(\text{Li}) = 6,9 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$; $M(\text{C}) = 12,0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$
- La quantité d'électricité Q , exprimée en coulombs (C) et la quantité de matière d'électrons $n(\text{e}^-)$ transférés, exprimée en moles (mol), pendant le fonctionnement d'un accumulateur sont liées par :

$$Q = n(\text{e}^-) \times F$$

6. Écrire l'équation de la réaction modélisant la décharge de l'accumulateur.

7. Lors de la décharge de l'accumulateur, préciser si l'on observe, à la borne négative, une réaction d'oxydation ou de réduction. Justifier votre réponse.
8. On rappelle que la capacité nominale d'un accumulateur est de 1100 mA·h. Déterminer la quantité de matière d'électrons que doit faire circuler l'accumulateur lors de sa décharge complète.
9. En déduire la masse nécessaire de chacune des électrodes FePO_4 et LiC_6 présentes dans un accumulateur.

Afin de déterminer la tension à vide du pack batterie, on a mesuré 10 fois cette grandeur à l'aide d'un voltmètre. Les mesures obtenues sont les suivantes :

Mesure n°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$U_0(\text{V})$	48,6	48,4	49,6	49,0	47,8	50,0	48,4	49,7	49,0	48,6

10. Déterminer la valeur moyenne U_{0m} des 10 mesures de la tension à vide.
11. Déterminer l'écart-type expérimental σ_{n-1} (aussi noté Sx) lié à la mesure de la tension à vide.

On rappelle que si un opérateur effectue n mesures dans les mêmes conditions, l'incertitude-type de la valeur moyenne se calcule à l'aide de l'expression suivante :

$$u(U_{0m}) = \frac{\sigma_{n-1}}{\sqrt{n}}$$

où σ_{n-1} représente l'écart-type expérimental.

12. En déduire la valeur de l'incertitude-type par une approche statistique (type A) sur la moyenne U_{0m} de la tension à vide.

Un technicien de l'entreprise Aldebaran Robotics décide de contrôler le pack batterie pour l'un des robots. Il utilise le même multimètre que précédemment et effectue une moyenne sur 10 mesures. Il détermine une valeur moyenne $U_{0m} = 48,9 \text{ V}$. La tension de référence est $48,0 \text{ V}$.

13. Comparer la valeur moyenne mesurée et la valeur de référence en nombre d'incertitudes-types les séparant. Conclure quant à la conformité de ce pack batterie.

EXERCICE 3 (4 points)

(mathématiques)

Vous traiterez 4 questions au choix parmi les 6 questions proposées.

Les questions sont indépendantes.

Pour chacune des **quatre questions** choisies, vous indiquerez clairement son numéro sur votre copie en début d'exercice.

Seules ces questions sont évaluées. Chacune d'elles est notée sur un point. Traiter une question supplémentaire ne rapporte aucun point.

Question 1.

g est une fonction définie et dérivable sur $[0 ; +\infty[$.

On admet que la dérivée de g est la fonction g' définie sur $[0 ; +\infty[$ par :

$$g'(t) = 6e^{-t}(1 - t).$$

1. Étudier le signe de $g'(t)$ sur $[0 ; +\infty[$.
2. En déduire les variations de g sur $[0 ; +\infty[$.

Question 2.

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O ; \vec{u}, \vec{v})$.

Soit A et B les points d'affixes respectives :

$$z_A = e^{i\frac{5\pi}{6}} \text{ et } z_B = e^{-i\frac{2\pi}{3}}.$$

1. Les points A et B sont correctement représentés sur l'une des figures ci-dessous. Laquelle ? Aucune justification n'est attendue.

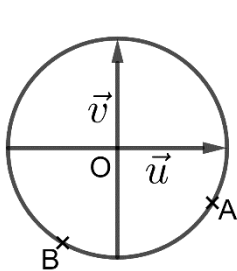


Figure 1

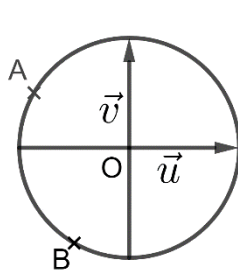


Figure 2

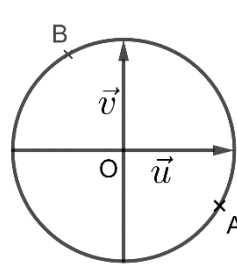


Figure 3

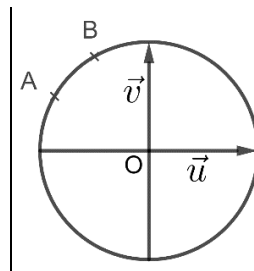


Figure 4

2. Montrer qu'un argument de $\frac{z_A}{z_B}$ est $\frac{-\pi}{2}$.

Question 3.

Résoudre dans $]1 ; +\infty[$ l'équation :

$$\ln(x - 1) + \ln(x + 1) + \ln(x) = \ln(x^2 - 1) - \ln(0,5).$$

Question 4.

On considère l'équation différentielle **(E)** : $y' = -y + 2$.

1. Déterminer l'ensemble des solutions de l'équation différentielle **(E)**.
2. En déduire la solution f de l'équation différentielle **(E)** qui s'annule en 0.

Question 5.

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2 - 2e^x$.

1. Montrer que pour tout réel x de \mathbb{R} , $f(x) = e^x(x^2e^{-x} - 2)$.
2. En déduire $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

Question 6.

Rappel : Pour a et b , deux réels, nous avons les formules suivantes :

$$\cos(a + b) = \cos(a) \cos(b) - \sin(a) \sin(b)$$

$$\cos(a - b) = \cos(a) \cos(b) + \sin(a) \sin(b)$$

$$\sin(a + b) = \sin(a) \cos(b) + \cos(a) \sin(b)$$

$$\sin(a - b) = \sin(a) \cos(b) - \cos(a) \sin(b)$$

On considère un signal électrique dont l'expression en fonction du temps t est donnée par :

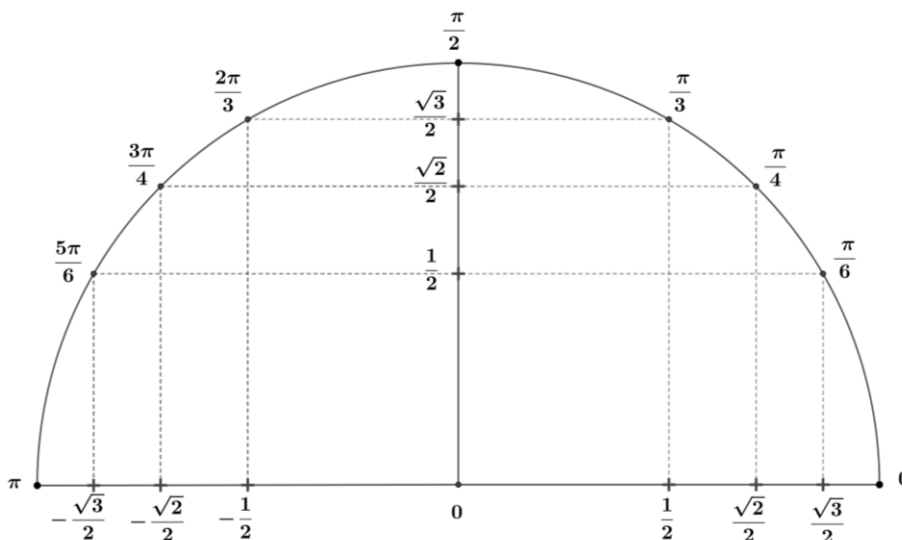
$$u(t) = \sqrt{3}\cos(t) - \sin(t).$$

1. Montrer que le signal u peut s'écrire pour tout t réel sous la forme :

$$u(t) = 2\cos\left(t + \frac{\pi}{6}\right).$$

2. Résoudre dans $[0 ; \pi[$, l'équation $u(t) = 1$.

On pourra s'aider du demi-cercle trigonométrique ci-dessous :



EXERCICE 4 au choix du candidat (6 points)

(physique-chimie)

Vous indiquerez sur votre copie l'exercice 4 choisi : **exercice 4 – A** ou **exercice 4 – B**

EXERCICE 4 – A : EFFAROUCHEUR D'OISEAUX

Mots-clés : fréquence, période, vitesse du son, niveau sonore

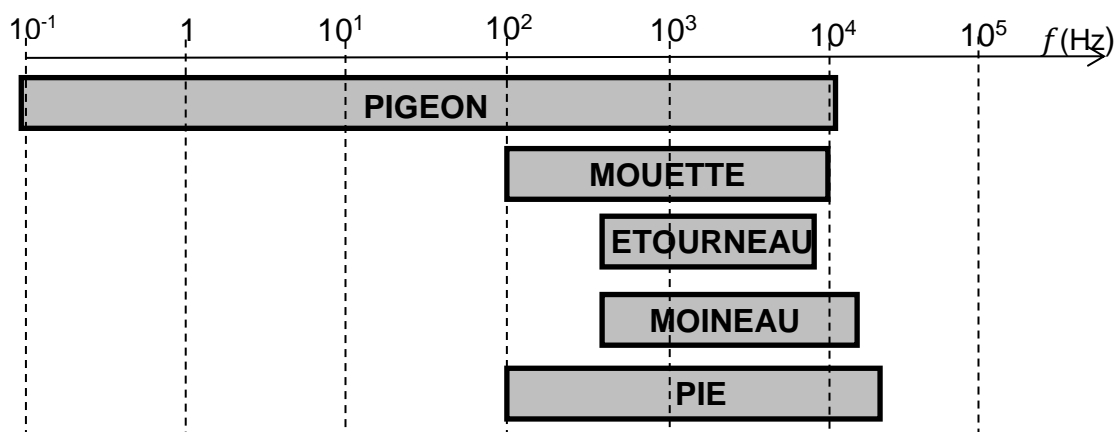
L'aviation civile recense un peu moins de mille rencontres d'oiseaux en France chaque année. Entre 15 % et 20 % d'entre elles sont classées "sérieuses". Elles occasionnent des retards de trafic, et des dommages plus ou moins importants concernant la cellule et les réacteurs.



D'après www.kelbillet.com

L'effaroucheur d'oiseaux est un outil de prévention et de lutte contre le risque aviaire. Il émet des sons de fréquence comprise entre 300 Hz et 5 kHz.

Les oiseaux ont une audition dont le spectre en fréquence couvre une bande de fréquences différente selon les espèces. Une solution pour les faire fuir consiste à émettre des cris d'oiseaux en détresse ou des cris de prédateurs.



D'après www.agriprotech.fr

Les caractéristiques techniques du haut-parleur de l'effaroucheur sont données ci-dessous :

Dimensions : 230 x190 x 80 mm.

Alimentation : 12 V continu.

Protection : fusible 5 A.

Consommation en veille : 120 mA. Consommation en fonctionnement : 4,5 A.

Gamme de température : – 20 °C à + 60 °C.

Puissance acoustique de sortie : 30 W.

Bande passante : 300 Hz à 5 kHz.

Niveau sonore mesuré à 1 m des haut-parleurs > 120 dB.

Protection contre les courts-circuits et surchauffe.

D'après BTS aéronautique

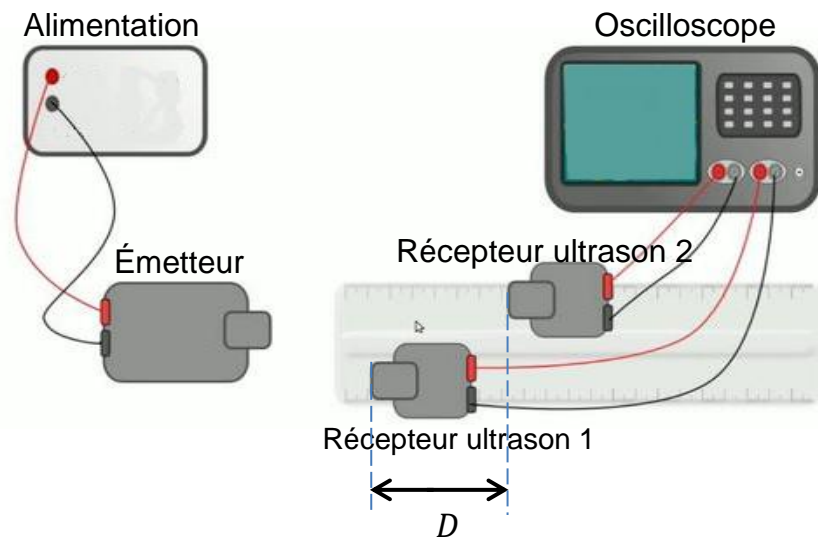
1. Déterminer la valeur de la puissance électrique absorbée par le haut-parleur de l'effaroucheur en fonctionnement.
2. Indiquer si les fréquences utilisées par le haut-parleur sont adaptées pour faire fuir les oiseaux.
3. Indiquer si ces fréquences sont audibles par l'oreille humaine. Justifier.

La valeur de référence pour la vitesse du son, dans les conditions de l'expérience, est $v = 340 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

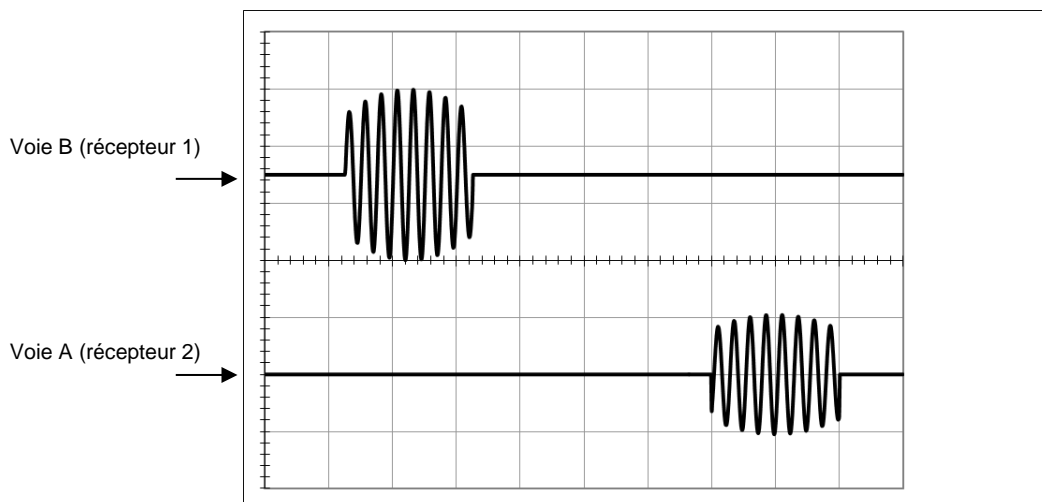
4. Déterminer la valeur de la longueur d'onde du signal de fréquence 300 Hz.

Afin de vérifier la valeur de la vitesse de propagation de l'onde, un étudiant affirme : « comme la vitesse de propagation du son est identique à celle d'un ultrason, je vais utiliser un émetteur d'ultrasons afin qu'il émette des salves ; le récepteur 2 étant plus éloigné que le récepteur 1 de la source, je visualiserai un retard τ sur l'oscilloscope me permettant d'en déduire la vitesse ».

Données : les ultrasons ont une fréquence supérieure à 20 kHz.



Les signaux enregistrés sont observés sur le chronogramme ci-dessous. La distance entre les deux récepteurs est $D = 18,1 \text{ cm}$. La base de temps de l'oscilloscope est réglée sur $100 \mu\text{s}/\text{div}$.

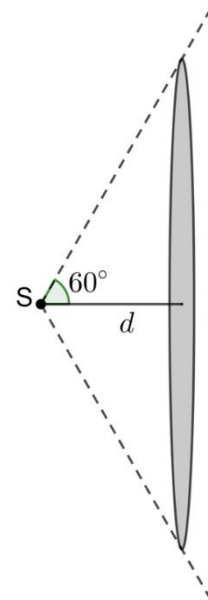


- Déterminer la valeur de la fréquence du signal émis. En déduire que l'étudiant a bien utilisé des ultrasons.

Par une méthode statistique (type A), l'étudiant détermine que l'incertitude-type sur la valeur expérimentale de la vitesse est $u(v) = 0,3 \cdot 10^2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

- Déterminer la valeur expérimentale de la vitesse de propagation du son et l'exprimer en tenant compte de l'incertitude-type.

La source sonore S de l'effaroucheur d'oiseaux est assimilable à un point. On suppose que le son se propage selon un cône et que la surface sur laquelle se répartit la puissance acoustique est assimilable à une surface plane en forme de disque suivant la représentation ci-contre.



7. Déterminer la valeur de la surface du disque situé à une distance $d = 1$ m de la source S.

Rappel : dans un triangle rectangle, on a $\tan \alpha = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}$.

8. En utilisant les caractéristiques techniques du haut-parleur de l'effaroucheur, vérifier que l'intensité acoustique I à 1 m de la source est proche de $3 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$.

On calcule le niveau sonore L (en décibel dB) à partir de l'intensité acoustique I par la relation :

$$L = 10 \times \log \frac{I}{I_0}$$

On rappelle que $I_0 = 1,0 \times 10^{-12} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$ (intensité acoustique minimale de référence).

9. Conclure quant à la véracité de l'information fournie par le fabricant concernant le niveau sonore à 1 m des haut-parleurs.

EXERCICE 4 – B : DÉGIVRAGE

Mots-clés : capacité thermique, chaleur latente, résistance

Le givrage des différentes parties d'un avion est un problème qui peut être résolu de différentes façons. Le réchauffement de zones vulnérables est une méthode très courante de prévention du givrage. On s'intéresse ici au dégivrage par apport d'énergie thermique.



D'après <https://www.science-et-vie.com/archives/securite-givrage-la-menace-grandit-31119>

Données :

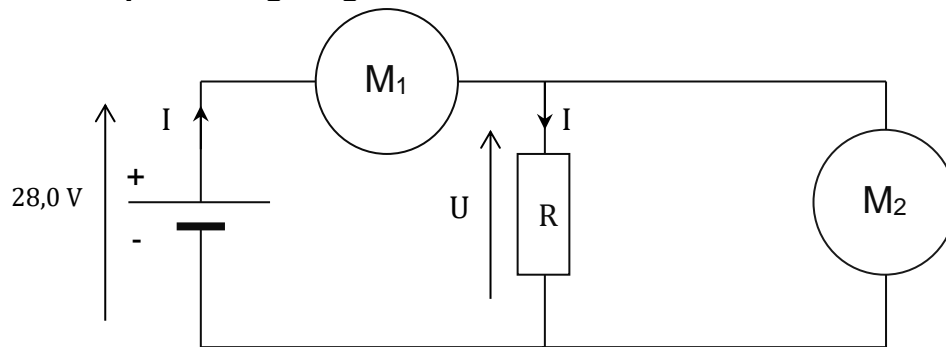
- Capacité thermique massique de l'eau liquide : $c_{el} = 4180 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
- Capacité thermique massique de l'eau solide : $c_{es} = 2090 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
- Chaleur latente de fusion de la glace à 0°C : $L_{\text{SOLIDE/LIQUIDE}} = L = 333 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$
- Masse volumique de l'eau liquide à 25°C : $\rho_{el} = 1,0 \text{ kg}\cdot\text{L}^{-1}$
- Masse volumique de l'eau solide à -10°C : $\rho_{es} = 0,92 \text{ kg}\cdot\text{L}^{-1}$

Une surface de $5,0 \text{ m}^2$ de glace recouvre l'aile d'un avion sur une épaisseur d'un demi-millimètre. La température de la glace est $\theta_1 = -10^\circ\text{C}$.

1. Déterminer la masse de glace m déposée sur l'aile de l'avion.
2. Exprimer puis déterminer la valeur E_1 de l'énergie nécessaire pour augmenter la température de la glace de -10°C à 0°C .
3. Exprimer puis déterminer la valeur E_2 de l'énergie nécessaire pour transformer à 0°C la glace en eau liquide.
4. En déduire la valeur de l'énergie totale nécessaire à cette opération de dégivrage.

Cette énergie est apportée par une batterie délivrant une tension continue $U = 28,0 \text{ V}$ et alimentant cinq éléments chauffants résistifs (symbolisés par un conducteur ohmique de résistance globale R), répartis sur l'ensemble de l'aile et consommant chacun une puissance électrique $P_E = 250 \text{ W}$.

Schéma électrique du dégivrage :



5. Nommer et identifier les appareils M_1 et M_2 permettant la mesure de la tension aux bornes du conducteur ohmique de résistance R et de l'intensité du courant dans le circuit.
6. Préciser les polarités de chaque appareil de mesure.

La notice du multimètre utilisé donne les indications suivantes :

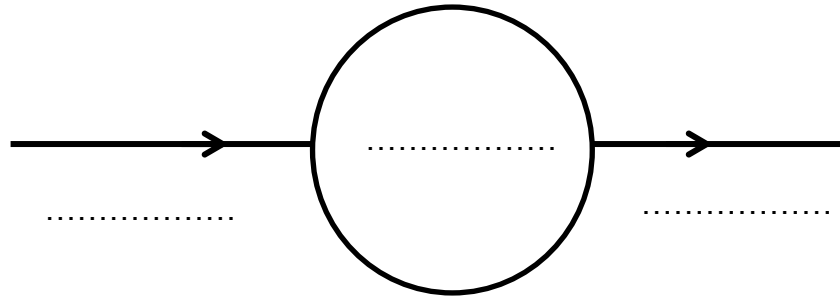
Mesures en mode DC

Gamme	Résolution	Incertitude-type	Surcharge
600 mV	0,1 mV	$\pm 0,5\%$ de la valeur lue + 4 digits	600 V DC/AC
6 V	1 mV		
60 V	10 mV		
600 V	100 mV		

D'après le document technique du multimètre

7. Déterminer la valeur de l'incertitude-type de la tension sachant que le multimètre affiche une valeur de tension de 28,02 V.
8. Ecrire le résultat de la mesure de la tension avec l'incertitude-type associée.

Chaîne énergétique simplifiée d'une résistance chauffante :



9. Recopier sur votre copie et compléter la chaîne énergétique de la résistance chauffante.
10. Déterminer la valeur de la puissance de la batterie nécessaire afin d'alimenter la totalité des résistances.
11. En admettant qu'il n'y a pas de perte thermique au niveau des éléments chauffants résistifs, déterminer la durée t_1 permettant le dégivrage complet de l'aile. Commenter le résultat.