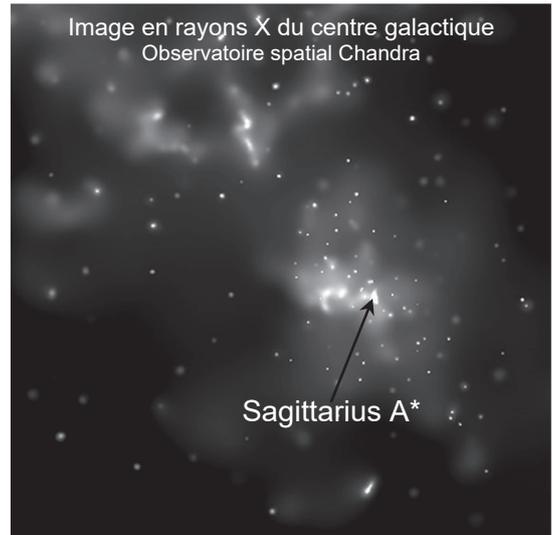


EXERCICE B – Sagittarius A* (10 points)

Sagittarius A* (Sgr A*) est une source intense d'ondes radios localisée au centre de la Voie Lactée et associée à la présence d'un trou noir super massif à environ 26 000 années-lumière du Système solaire.

On utilisera la notation Sgr A* pour désigner ce trou noir d'environ 4,3 millions de masses solaires situé au centre de notre galaxie. Ce trou noir est l'objet attracteur d'un amas stellaire : une douzaine d'étoiles connues sont en orbite autour de ce trou noir et leur observation régulière a permis de bien connaître leurs caractéristiques.

Les mesures de la masse de Sagittarius A*, notée M_{A^*} , évoluent. Une mesure en 2002 exploitant l'orbite de l'étoile la plus proche de Sgr A* donnait une masse de $3,7 \pm 1,5$ millions de masses solaires. La dernière en date réalisée par l'exploitation des observations du télescope ESO-VLT en 2021 donne $4,30 \pm 0,01$ millions de masses solaires.



NASA/CXC/Caltech/M.Muno et al

Sources : wikipedia, chandra.harvard.edu, Astronomy & Astrophysics, ESO

Données :

- constante gravitationnelle : $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$;
- masse solaire : $M_S = 1,989 \times 10^{30} \text{ kg}$.

On désire, à partir des informations orbitales des étoiles, évaluer la masse M_{A^*} de Sgr A*.

Contrairement aux autres étoiles de l'amas stellaire, l'étoile nommée S1 a la particularité d'avoir une orbite quasi-circulaire ; on assimilera donc sa trajectoire à un cercle de rayon R , centré sur Sgr A*. On suppose que la seule action qui agit sur l'étoile S1 est l'attraction gravitationnelle exercée par Sgr A*.

L'étude se fait dans un référentiel supposé galiléen. Sgr A* est l'origine du repère dans lequel on suit le mouvement du système étudié S1. Les axes de ce repère pointent vers des étoiles lointaines.

Q1. Représenter sans souci d'échelle Sgr A* et S1 en indiquant la force d'attraction gravitationnelle agissant sur S1. Indiquer sur la figure le repère de Frenet ($S1, \vec{u}_T, \vec{u}_N$), et le vecteur vitesse \vec{v} de S1.

Q2. En appliquant la deuxième loi de Newton, établir l'expression du vecteur accélération de l'étoile S1 en fonction notamment de G, M_{A^*} et R .

Q3. Justifier que dans l'approximation d'un mouvement circulaire, la norme du vecteur vitesse de S1 dans le référentiel de Sgr A* est constante.

Q4. Donner l'expression de la norme v du vecteur vitesse de l'étoile S1 en fonction de G , de M_{A^*} et de R la distance entre l'étoile S1 et Sgr A*.

Q5. En exploitant l'expression de la norme du vecteur vitesse et en notant T la période de S1 autour de Sgr A*, démontrer que la troisième loi de Kepler pour ce mouvement circulaire peut s'écrire :

$$\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{G \times M_{A^*}}$$

À l'aide d'un programme écrit en langage Python et des mesures du spectrographe SINFONI installé sur le ESO-VLT, on obtient le graphique de la figure 1 qui représente pour cinq étoiles connues de l'amas stellaire autour de Sgr A*, la variation du carré de la période de révolution, notée T , en fonction du cube du demi grand axe de la trajectoire noté a .

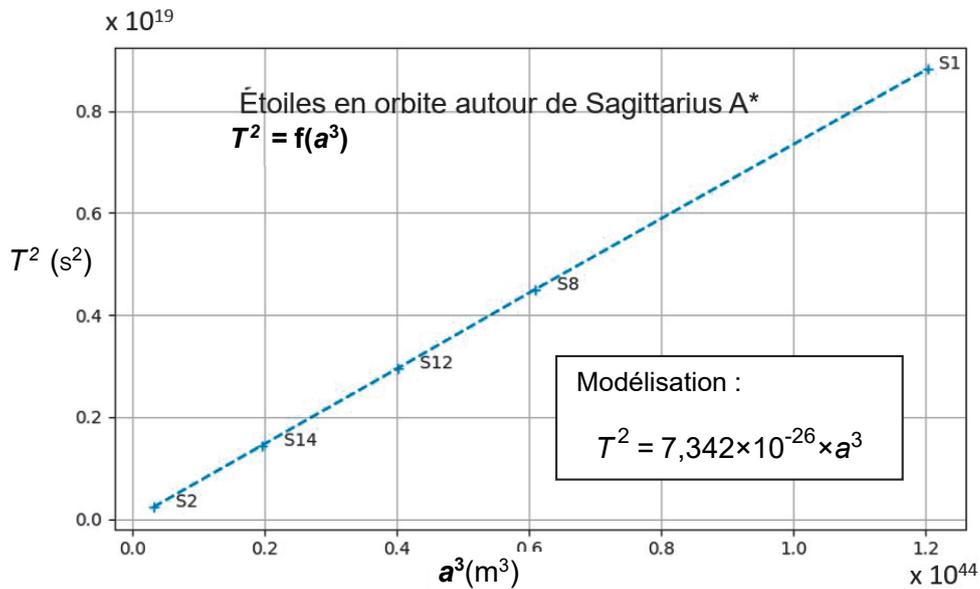


Figure 1. Étoiles en orbite autour de Sagittarius

- Q6.** L'expression de la loi de Kepler dans le cas du mouvement quasi-circulaire de S1 a été établie ci-dessus. Discuter de sa généralisation aux orbites non circulaires des autres étoiles de l'amas stellaire.
- Q7.** Déterminer à l'aide des questions précédentes la valeur de la masse M_{A^*} de Sgr A*. Commenter le résultat.