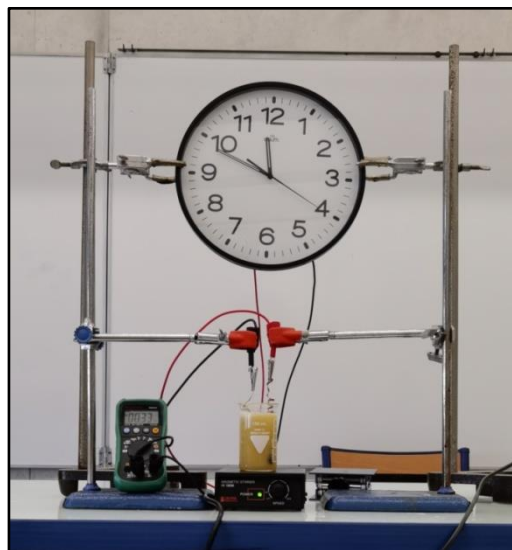


EXERCICE 1 (4 points) :

(physique-chimie et mathématiques)

Une horloge au jus d'orange

Pour mettre en évidence le principe de fonctionnement d'une pile, il est possible d'alimenter une horloge grâce à une pile rudimentaire constituée d'une électrode de cuivre et d'une électrode en magnésium plongeant dans du jus d'orange.



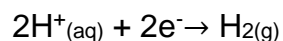
En réalisant l'expérience les valeurs suivantes sont relevées :

Durée de fonctionnement maximale	Environ 21 h	
Tension	1,52 V	
Intensité du courant électrique	0,3 mA	
pH du jus d'orange au début et à la fin de l'expérience	Début : 3,9	Fin : 6,5
Volume du jus d'orange	140 mL	

Le but de cet exercice est de modéliser le fonctionnement de cette pile à l'aide d'un modèle mathématique en cohérence avec les résultats expérimentaux mesurés.

Partie A : étude de la pile

Lorsque cette pile rudimentaire est en fonctionnement, l'électrode en cuivre est le siège d'une transformation chimique modélisée par la demi-équation électronique suivante :



L'électrode en magnésium est quant à elle le siège d'une transformation chimique modélisée par la demi-équation électronique : $\text{Mg}(\text{s}) \rightarrow \text{Mg}^{2+}(\text{aq}) + 2\text{e}^-$

1. Schématiser cette pile alimentant un dipôle (modélisant l'horloge) en indiquant le sens de circulation des électrons et en identifiant clairement les deux électrodes. Repérer sur le schéma l'anode et la cathode de cette pile.
2. A partir des deux demi-équations électroniques, écrire l'équation de la réaction qui modélise le fonctionnement de la pile.

- Utiliser l'équation de la réaction précédente pour expliquer qualitativement l'évolution du pH du jus d'orange lorsque la pile débite.

On désire comparer la durée maximale de fonctionnement obtenue en utilisant la pile au jus d'orange et celle que l'on aurait avec une pile LR6 standard achetée en magasin.

- Une pile LR6 a une quantité d'électricité stockée moyenne de 2 800 mAh. En admettant que la pile LR6 débite un courant d'intensité identique à celle de la pile à jus d'orange, calculer la durée maximale de fonctionnement de l'horloge alimentée par la pile LR6. En déduire le nombre de piles au jus d'orange nécessaires pour remplacer une pile du commerce.

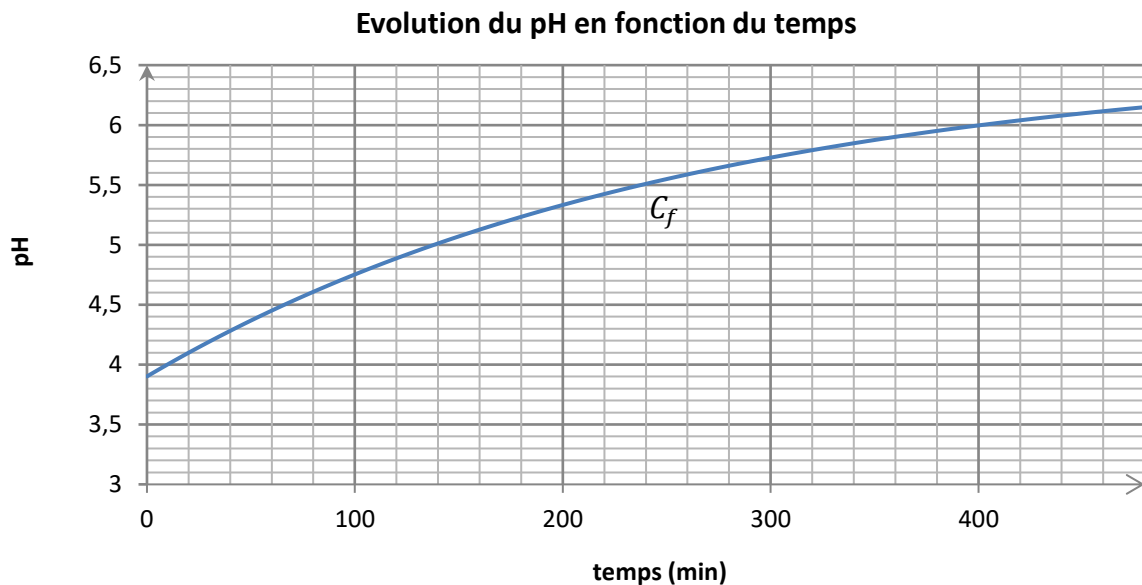
Partie B : étude mathématique

On note t le temps, exprimé en minute, écoulé depuis la mise en fonctionnement de la pile au jus d'orange.

A l'aide d'une étude expérimentale, la valeur du pH en fonction du temps peut être modélisée par la fonction f définie sur $[0 ; +\infty[$ par :

$$f(t) = 6,571 - 2,671 e^{-\frac{t}{261}}.$$

Une représentation graphique de f est donnée ci-dessous.



- Calculer $f(0)$. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'expérience.
- Résoudre graphiquement l'équation $f(t) = 5$. Donner le résultat en heure et minute.
 - Résoudre algébriquement l'équation $f(t) = 5$. Donner le résultat arrondi à la minute. Comparer ce résultat à celui obtenu à la question 2.a.
- Calculer $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t)$. Le résultat est-il compatible avec les valeurs relevées lors de l'expérience ?