

Partie 2 : Sciences physiques

EXERCICE A - Peser un corps céleste (10 points)

Pour déterminer la masse m d'un objet sur Terre, il suffit simplement de poser cet objet sur une balance adaptée. Pour les masses d'objets célestes tels que la Terre elle-même, la résolution du problème n'est pas aussi simple et directe.

L'objectif de cet exercice est de déterminer expérimentalement la masse de la Terre notée M_T .

1. Pour un objet de masse m situé à la surface de la Terre, rappeler la relation vectorielle entre son poids \vec{P} et le champ de pesanteur terrestre \vec{g} .
2. En s'appuyant sur le modèle de la chute libre et une loi de Newton, justifier que l'intensité du champ de pesanteur g s'exprime en $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Pour mesurer expérimentalement la valeur de g en un point donné de la Terre, on peut utiliser un pendule simple qui oscille périodiquement avec une période T supposée constante durant l'expérience (figure 1).

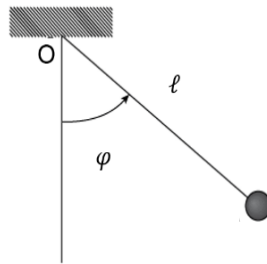


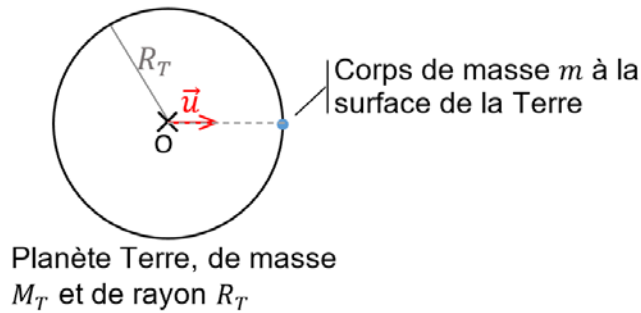
Figure 1 : pendule simple écarté d'un angle φ par rapport à sa position d'équilibre et lâché sans vitesse initiale.

Pour un pendule de longueur ℓ , on peut montrer que, pour des angles φ petits, la période d'oscillation T s'exprime par la relation : $T = 2\pi \times \sqrt{\frac{\ell}{g}}$

Au niveau de l'équateur, pour une longueur de pendule $\ell = 0,991$ m, la période est de $T = 2,00$ s.

3. Déterminer la valeur de g au niveau de l'équateur.

4. Reproduire sur sa copie le schéma de la Terre ci-dessous et le compléter, sans souci d'échelle, en rajoutant la force gravitationnelle \vec{F}_g exercée par la planète Terre sur un corps modélisé par un point matériel de masse m situé à sa surface. Le vecteur \vec{u} est un vecteur unitaire.



Données

- Constante de gravitation universelle : $G = 6,674\ 30 \times 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}$.
- Rayon de la Terre au niveau de l'équateur : $R_T = 6\ 378 \text{ km}$.

5. Exprimer vectoriellement la force gravitationnelle \vec{F}_g exercée par la Terre sur un objet de masse m situé à sa surface. En admettant que le champ de gravitation est égal au champ de pesanteur et donc que $F_g = P$, en déduire l'expression littérale de M_T puis calculer sa valeur numérique.

Données

- Incertitude-type de l'intensité du champ de pesanteur terrestre : $u(g) = 0,05 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.
- Incertitude-type du rayon de la Terre : $u(R_T) = 1 \text{ km}$.
- On admettra que : $u(M_T) = M_T \times \sqrt{\left(\frac{u(g)}{g}\right)^2 + \left(2 \times \frac{u(R_T)}{R_T}\right)^2}$.
- Masse de référence de la Terre : $M'_T = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$;
- le résultat d'une mesure x est considéré en accord avec une valeur de référence x_{ref} si la valeur du quotient $\frac{|x-x_{ref}|}{u(x)}$ est inférieure ou égale à 2, avec $u(x)$, l'incertitude-type associée.

6. Calculer l'incertitude $u(M_T)$ sur la masse de la Terre et vérifier que la valeur expérimentale M_T est bien en accord avec la valeur communément admise de nos jours notée M'_T .