

La Réunion 2023 Sujet 1	
CORRECTION Yohan Atlan © https://www.vecteurbac.fr/	
CLASSE : Terminale	EXERCICE B : 6 points
VOIE : ☒ Générale	ENSEIGNEMENT : physique-chimie
DURÉE DE L'ÉPREUVE : 1h03	CALCULATRICE AUTORISÉE : ☒ Oui sans mémoire, « type collège »

EXERCICE 3 Extraction du gaz de schiste par électro-fracturation

PARTIE A : Charge du condensateur équivalent

A.1.

D'après la loi d'additivité des tensions ou loi des mailles :

$$U_{C,eq}(t) + U_{R_1}(t) = E$$

A.2.

$$U_{C,eq}(t) + U_{R_1}(t) = E$$

$$\text{or } U_{R_1}(t) = R_1 \times i$$

$$U_{C,eq}(t) + R_1 \times i = E$$

$$\text{Or } i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$

$$U_{C,eq}(t) + R_1 \times \frac{dq(t)}{dt} = E$$

$$\text{Or } q(t) = C_{eq} \times U_{C,eq}(t)$$

$$U_{C,eq}(t) + R_1 \times \frac{dC_{eq} \times U_{C,eq}(t)}{dt} = E$$

$$U_{C,eq}(t) + R_1 C_{eq} \frac{dU_{C,eq}(t)}{dt} = E$$

A.3.

Vérifions que la solution de cette équation différentielle est de la forme :

$$U_{C,eq}(t) = E \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_{charge}}} \right)$$

-Dérivons $U_C(t)$:

$$\frac{dU_{C,eq}(t)}{dt} = \frac{E}{\tau_{charge}} e^{-\frac{t}{\tau_{charge}}}$$

-Remplaçons $U_C(t)$ et $\frac{dU_C(t)}{dt}$ dans l'équation :

$$U_{C,eq}(t) + R_1 C_{eq} \frac{dU_{C,eq}(t)}{dt} = E$$

$$E \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_{\text{charge}}}} \right) + R_1 C_{\text{eq}} \frac{E}{\tau_{\text{charge}}} e^{-\frac{t}{\tau_{\text{charge}}}} = E$$

$$E - E e^{-\frac{t}{\tau_{\text{charge}}}} + R_1 C_{\text{eq}} \frac{E}{\tau_{\text{charge}}} e^{-\frac{t}{\tau_{\text{charge}}}} = E$$

$$-E e^{-\frac{t}{\tau_{\text{charge}}}} + R_1 C_{\text{eq}} \frac{E}{\tau_{\text{charge}}} e^{-\frac{t}{\tau_{\text{charge}}}} = 0$$

$$E e^{-\frac{t}{\tau_{\text{charge}}}} \left(-1 + R_1 C_{\text{eq}} \frac{1}{\tau_{\text{charge}}} \right) = 0$$

Un produit de facteur est nul si un des ses facteurs est nul :

$$-1 + R_1 C_{\text{eq}} \frac{1}{\tau_{\text{charge}}} = 0$$

$$R_1 C_{\text{eq}} \frac{1}{\tau_{\text{charge}}} = 1$$

$$R_1 C_{\text{eq}} = \tau_{\text{charge}}$$

$$\tau_{\text{charge}} = R_1 C_{\text{eq}}$$

La solution de la forme $U_{C,\text{eq}}(t) = E \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_{\text{charge}}}} \right)$ vérifie l'équation différentielle avec

$$\tau_{\text{charge}} = R_1 C_{\text{eq}}$$

A.4.

τ peut être déterminée graphiquement par deux méthodes :

- ✓ $U_{C,\text{eq}}(\tau_{\text{charge}}) = E \left(1 - e^{-\frac{\tau_{\text{charge}}}{\tau_{\text{charge}}}} \right) = E(1 - e^{-1}) = 0,63E$
- ✓ On trace la tangente à la courbe à $t=0$ et on regarde l'abscisse du point d'intersection entre cette tangente et l'asymptote $U_C = E$ pour la charge.

Déterminons τ :

$$U_C(\tau_{\text{charge}}) = 0,63E$$

$$U_C(\tau_{\text{charge}}) = 0,63 \times 40 \times 10^3$$

$$U_C(\tau_{\text{charge}}) = 25\,200 \text{ V}$$

$$\tau_{\text{charge}} = 0,095 \text{ s}$$

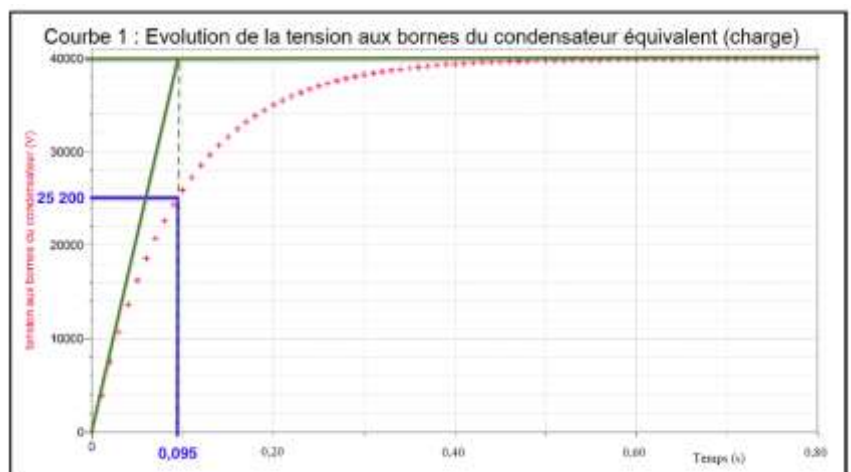
$$\tau_{\text{charge}} = R_1 C_{\text{eq}}$$

$$R_1 C_{\text{eq}} = \tau_{\text{charge}}$$

$$C_{\text{eq}} = \frac{\tau_{\text{charge}}}{R_1}$$

$$C_{\text{eq}} = \frac{0,095}{160 \times 10^3}$$

$$C_{\text{eq}} = 5,94 \times 10^{-7} \text{ F}$$



A.5.

$$C_{eq} = N \times C$$

$$N \times C = C_{eq}$$

$$N = \frac{C_{eq}}{C}$$

$$N = \frac{5,94 \times 10^{-7}}{200 \times 10^{-9}}$$

$$N = 2,97$$

Or N est un nombre entier : N=3.

3 condensateurs de capacité $C = 200 \text{ nF}$ sont utilisés lors de l'expérimentation.

A.6.

$$W = \frac{1}{2} \times C \times u_C^2$$

$$W_{max} = \frac{1}{2} \times C_{eq} \times E^2$$

$$W_{max} = \frac{1}{2} \times 5,94 \times 10^{-7} \times (40 \times 10^3)^2$$

$$W_{max} = 4,8 \times 10^2 \text{ J}$$

PARTIE B : Décharge du condensateur équivalent**B.1.**

$$U_{C,eq}(t) = E \times e^{-\frac{t}{R_2 C_{eq}}}$$

$$U_{C,eq}(t = \Delta t) = E \times e^{-\frac{\Delta t}{R_2 C_{eq}}}$$

$$U_{C,eq}(t = \Delta t) = 40 \times 10^3 \times e^{-\frac{12 \times 10^{-6}}{100 \times 600 \times 10^{-9}}}$$

$$U_{C,eq}(t = \Delta t) = 3,3 \times 10^4 \text{ V}$$

$$U_{C,eq}(t = \Delta t) = 33 \text{ kV}$$

B.2.

$$W = \frac{1}{2} \times C \times u_C^2$$

$$W_{arc} = \frac{1}{2} \times C_{eq} \times U_{C,eq}^2$$

$$W_{arc} = \frac{1}{2} \times 600 \times 10^{-9} \times (3,3 \times 10^4)^2$$

$$W_{arc} = 3,3 \times 10^2 \text{ J}$$

B.3.

$$\eta = \frac{E_{utile}}{E_{consommée}}$$

$$\eta = \frac{W_{arc}}{W_{max}}$$

$$\eta = \frac{3,3 \times 10^2}{4,8 \times 10^2}$$

$$\eta = 0,69$$

$$\eta = 69 \%$$

Le rendement énergétique η de l'installation étudiée permettant la création de l'arc électrique est de 69%.

31% de l'énergie emmagasinée est perdue.