

CLASSE : Terminale

EXERCICE B : 10 points

VOIE : Générale

ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ: Sciences de l'ingénieur- Partie Sciences physiques

DURÉE DE L'EXERCICE : 30 min

CALCULATRICE AUTORISÉE : Oui « type collège »

EXERCICE B – Installation d'une fenêtre de toit (10 points)

1.

$$\phi(t) = \frac{Q}{\Delta t}$$

$$\frac{Q}{\Delta t} = \phi(t)$$

$$Q = \phi(t) \times \Delta t$$

Or

$$\phi(t) = h \times S \times (\theta_e - \theta(t))$$

D'où

$$Q = h \times S \times (\theta_e - \theta(t)) \times \Delta t$$

2.

Premier principe de la thermodynamique :

$$\Delta U = W + Q$$

Or $W = 0$ car le système n'échange pas de travail avec l'extérieur.

$$\Delta U = Q$$

$$Q = \Delta U$$

Or

$$\Delta U = m_{\text{air}} \times c_{\text{air}} \times \Delta \theta$$

D'où

$$Q = m_{\text{air}} \times c_{\text{air}} \times \Delta \theta$$

Or

$$\phi(t) = \frac{Q}{\Delta t}$$

$$\phi(t) = \frac{m_{\text{air}} \times c_{\text{air}} \times \Delta \theta}{\Delta t}$$

3.

$$\phi(t) = h \times S \times (\theta_e - \theta(t))$$

et

$$\phi(t) = \frac{m_{\text{air}} \times c_{\text{air}} \times \Delta \theta}{\Delta t}$$

D'où

$$\frac{m_{\text{air}} \times c_{\text{air}} \times \Delta \theta}{\Delta t} = h \times S \times (\theta_e - \theta(t))$$

$$\frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{h \times S}{m_{\text{air}} \times c_{\text{air}}} \times (\theta_e - \theta(t))$$

quand $\Delta t \rightarrow$ vers 0

$$\begin{aligned} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} &= \frac{d\theta}{dt} \\ \frac{d\theta}{dt} &= \frac{h \times S}{m_{\text{air}} \times c_{\text{air}}} \times (\theta_e - \theta(t)) \\ \frac{d\theta}{dt} &= \frac{h \times S}{m_{\text{air}} \times c_{\text{air}}} \times \theta_e - \frac{h \times S}{m_{\text{air}} \times c_{\text{air}}} \times \theta(t) \\ \frac{d\theta}{dt} + \frac{h \times S}{m_{\text{air}} \times c_{\text{air}}} \times \theta(t) &= \frac{h \times S}{m_{\text{air}} \times c_{\text{air}}} \times \theta_e \end{aligned}$$

La température de l'air de la pièce $\theta(t)$ obéit à l'équation différentielle :

$$\frac{d\theta}{dt} + a \times \theta(t) = a \times \theta_e$$

Avec :

$$a = \frac{h \times S}{m_{\text{air}} \times c_{\text{air}}}$$

4.

$$\begin{aligned} a &= \frac{h \times S}{m_{\text{air}} \times c_{\text{air}}} \\ a &= \frac{8,0 \times 1,0}{1,3 \times 10^2 \times 1,0 \times 10^3} \\ a &= 6,2 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1} \end{aligned}$$

5.

$$\theta(t) = \theta_i + (\theta_e - \theta_i) \times (1 - e^{-a \times t})$$

$$\begin{aligned} \theta(t = 1\text{h}) &= 20 + (50 - 20) \times (1 - e^{-6,2 \times 10^{-5} \times 1 \times 60 \times 60}) \\ \theta(t = 1\text{h}) &= 26^\circ\text{C} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \theta(t = 3\text{h}) &= 20 + (50 - 20) \times (1 - e^{-6,2 \times 10^{-5} \times 3 \times 60 \times 60}) \\ \theta(t = 3\text{h}) &= 34,6^\circ\text{C} \end{aligned}$$

Au bout de 3h, la température atteint 34,6°C en période estivale. Sa température augmente de manière significative. La fenêtre de toit choisie ne convient lors de la période estivale.