CLASSE : Terminale STI2D	**EXERCICE 1** : 4 points
VOIE : ☒Générale	**ENSEIGNEMENT : Physique-chimie**
DURÉE DE L'ÉPREUVE : 0h36	**CALCULATRICE AUTORISÉE :** ☒Oui sans mémoire, « type collège »

EXERCICE 1
Four de recuit de détente

1.

$$800\,y' + y = 600$$

$$\frac{800}{800}\,y' + \frac{1}{800}y = \frac{1}{800} \times 600$$

$$y' + \frac{1}{800}y = 0{,}75$$

$$y' + \frac{1}{\tau}y = 0{,}75$$

$\tau = 800\text{ s}$

La durée caractéristique de l'évolution de la température dans le four est $\tau = 800\text{ s}$

La valeur limite atteinte par la température du four est atteinte lorsque la température ne varie plus : y'=0 (la dérivée s'annule).

$$800\,y' + y = 600$$

$$800\ \times 0 + y = 600$$

$$y = 600$$

La valeur limite atteinte par la température du four est atteinte à 600°C.

2.

a.

$$y' + \frac{1}{800}y = 0{,}75$$

$$y' = 0{,}75 - \frac{1}{800}y$$

$$y' = -\frac{1}{800}y + 0{,}75$$

$$y' = -0{,}00125\,y + 0{,}75$$

L'équation différentielle est de la forme $y' = ay + b$

Les solutions sont de la forme : $y = Ce^{at} - \frac{b}{a}$

$$y = Ce^{at} - \frac{b}{a}$$

$$y(t) = Ce^{-0{,}00125\,t} - \frac{0{,}75}{-0{,}00125}$$

$$y(t) = Ce^{-0{,}00125\,t} + 600$$

Pour trouver C, on utilise les conditions initiales :
$y(t = 0) = Ce^{-0{,}00125 \times 0} + 600$

$y(t = 0) = C \times 1 + 600$

$y(t = 0) = C + 600$

Or $y(t = 0) = 25$

Donc $C + 600 = 25$

$C = 25 - 600$

$C = -575$

Ainsi :

$y(t) = -575e^{-0{,}00125\,t} + 600$

$y(t) = 600 - 575e^{-0{,}00125\,t}$

Avec $y(t) = \theta(t)$

$\theta(t) = 600 - 575e^{-0{,}00125\,t}$

b.
Au bout de 10 minutes $t = 10 \times 60 = 600$ s
$\theta(t = 600\,) = 600 - 575e^{-0{,}00125\,\times 600}$

$\theta(t = 600\,) = 328\ °C$

Au bout de 10 minutes la température sera de 328°C.

3.
a.
$\theta(t) = 600 - 575e^{-0{,}00125\,t}$

$600 - 575e^{-0{,}00125\,t} = \theta$

$-575e^{-0{,}00125\,t} = \theta - 600$

$$e^{-0{,}00125\,t} = \frac{\theta - 600}{-575}$$

$$\ln(e^{-0{,}00125\,t}) = \ln\left(\frac{\theta - 600}{-575}\right)$$

$$-0{,}00125\,t = \ln\left(\frac{\theta - 600}{-575}\right)$$

$$t = \frac{1}{-0{,}00125} \times \ln\left(\frac{\theta - 600}{-575}\right)$$

$$t = \frac{1}{-0{,}00125} \times \ln\left(\frac{550 - 600}{-575}\right)$$

$t = 1954\ s = 32\ min\ 34\ s$

b.

$$\lim_{t \to \infty} \theta(t) = 600 - 575e^{-0{,}00125 \times \infty}$$

$$\lim_{t \to \infty} \theta(t) = 600 - 575 \times 0$$

$$\lim_{t \to \infty} \theta(t) = 600$$

Selon ce modèle, la température atteindra au bout d'un temps très long 600°C.
Selon ce modèle, la température du four ne peut pas dépasser 600 °C.

4.

$$E_{charge} = m \times c_m \times \Delta\theta$$
$$E_{charge} = 2{,}5 \times 460 \times (550 - 25)$$
$$E_{charge} = 6{,}0 \times 10^5 \text{ J}$$

L'énergie E_{charge} nécessaire pour porter une charge de 2,50 kg de la température ambiante de 25 °C à la température de 550 °C à pour valeur $6{,}0 \times 10^5$ J.

$$E_{charge} = P_{chauffage} \times \Delta t$$
$$P_{chauffage} \times \Delta t = E_{charge}$$
$$P_{chauffage} = \frac{E_{charge}}{\Delta t}$$
$$P_{chauffage} = \frac{6{,}0 \times 10^5}{1954}$$
$$P_{chauffage} = 307 \text{ W}$$

La puissance moyenne dédiée à ce chauffage à pour valeur 307 W : c'est une valeur faible pour une puissance de chauffage.