CLASSE : Terminale	**EXERCICE B** : au choix du candidat (5 points)
VOIE : ☒ Générale	**ENSEIGNEMENT : physique-chimie**
DURÉE DE L'ÉPREUVE : 0h53	**CALCULATRICE AUTORISÉE :** ☒Oui sans mémoire, « type collège »

EXERCICE B - UN SYSTÈME DE DÉTECTION DE PASSAGER (5 points) au choix du candidat

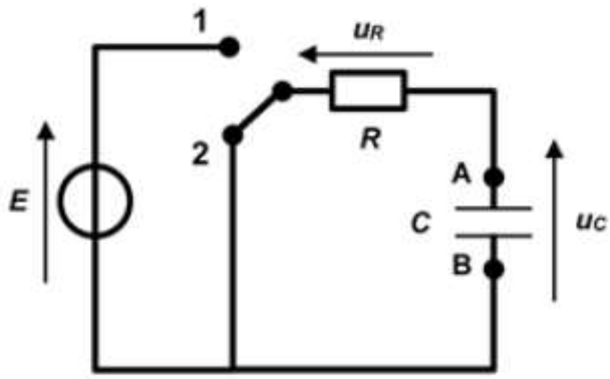
1.
1.1.
Des charges de signe opposé s'accumulent sur les plaques A et B. Ce phénomène est appelé effet capacitif. Ici cet effet dépend de la pression exercée sur les plaques d'ou l'expression « capteur de pression capacitif»

1.2.
$U_{AB} = V_A - V_B$
$U_{AB} > 0$
$V_A - V_B > 0$
$V_A > V_B$
La plaque A constitue la plaque positive et la plaque B négative.

$Q_A = C \times U_{AB}$
$Q_B = -Q_A = -C \times U_{AB}$

1.3.
$$\mathbf{C = \frac{\varepsilon \times S}{e}}$$
Quand un objet est posé sur le condensateur « artisanal » e diminue, ainsi C augmente car C et e sont inversement proportionnels.

2.
2.1.
« L'interrupteur est basculé dans la position 2. »
D'après la loi d'additivité des tensions ou loi des mailles :
$U_C(t) + U_R(t) = 0$
or $U_R(t) = R \times i$
$U_C(t) + R \times i = 0$



Or $i(t) = \frac{dq_{(t)}}{dt}$
$$U_C(t) + R \times \frac{dq_{(t)}}{dt} = 0$$

Or $q(t) = C \times U_C(t)$
$$U_C(t) + R \times \frac{dC \times U_C(t)}{dt} = 0$$

$$U_C(t) + RC\frac{dU_C(t)}{dt} = 0$$
On divise par RC
$$\frac{1}{RC}U_C(t) + \frac{dU_C(t)}{dt} = 0$$

$$\frac{dU_C(t)}{dt} + \frac{1}{RC}U_C(t) = 0$$

On obtient une équation différentielle sous la forme :

$$\frac{dU_C(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}U_C(t) = 0$$

Par identification : $\boldsymbol{\tau = RC}$

2.2.

Vérifions que les solutions de cette équation différentielle sont de la forme :

$U_C(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$

-Dérivons $U_C(t)$:

$\frac{dU_C(t)}{dt} = -\frac{A}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$

-Remplaçons $U_C(t)$ et $\frac{dU_C(t)}{dt}$ dans l'équation :

$$\frac{dU_C(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}U_C(t) = -\frac{A}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{1}{\tau}\left(Ae^{-\frac{t}{\tau}}\right) = -\frac{A}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{1}{\tau}Ae^{-\frac{t}{\tau}} = 0$$

La solution de la forme $U_C(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$ vérifie l'équation différentielle.

Exprimons A en fonction de E.

$U_C(t = 0) = E$

$Ae^{-\frac{0}{\tau}} = E$

$A = E$

Soit $U_C(t) = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$

2.3.

$U_C(t = 5\tau) = Ee^{-\frac{5\tau}{\tau}}$

$U_C(t = 5\tau) = Ee^{-5}$

$U_C(t = 5\tau) = 6{,}7.10^{-3}E$

On considère que le condensateur est déchargé lorsque la tension $U_C(t)$ devient égale à 1% de sa valeur initiale.

$U_C(t = 5\tau) < 10^{-2}E$

Le condensateur est donc déchargé.

3.

3.1.

La constante de temps τ est définie par :

τ= RC

Elle peut être déterminée graphiquement par deux méthodes :

- ✓ $U_C(\tau) = Ee^{-\frac{\tau}{\tau}} = 0{,}37E = 0{,}37 \times 5{,}0 = 1{,}85\ V$

  On lit le temps pour lequel $U_C = 1{,}85$ V

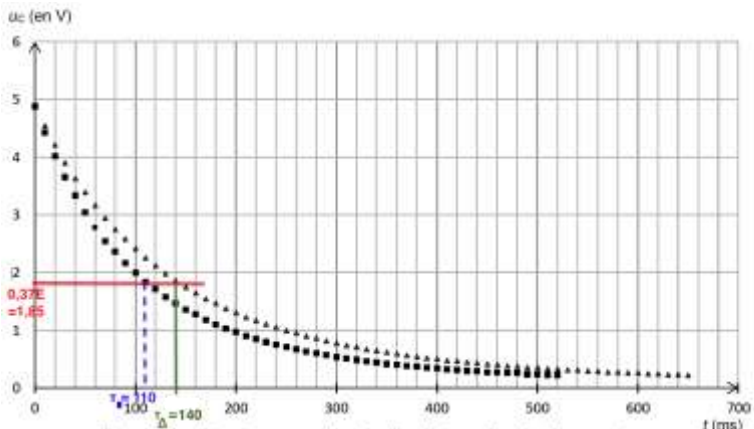


Figure 7. Évolution de u_C mesurée en fonction du temps lors des deux essais.

- ✓ On trace la tangente à la courbe à t=0 et on regarde l'abscisse du point d'intersection entre cette tangente et l'asymptote $U_C = 0$ pour la décharge.

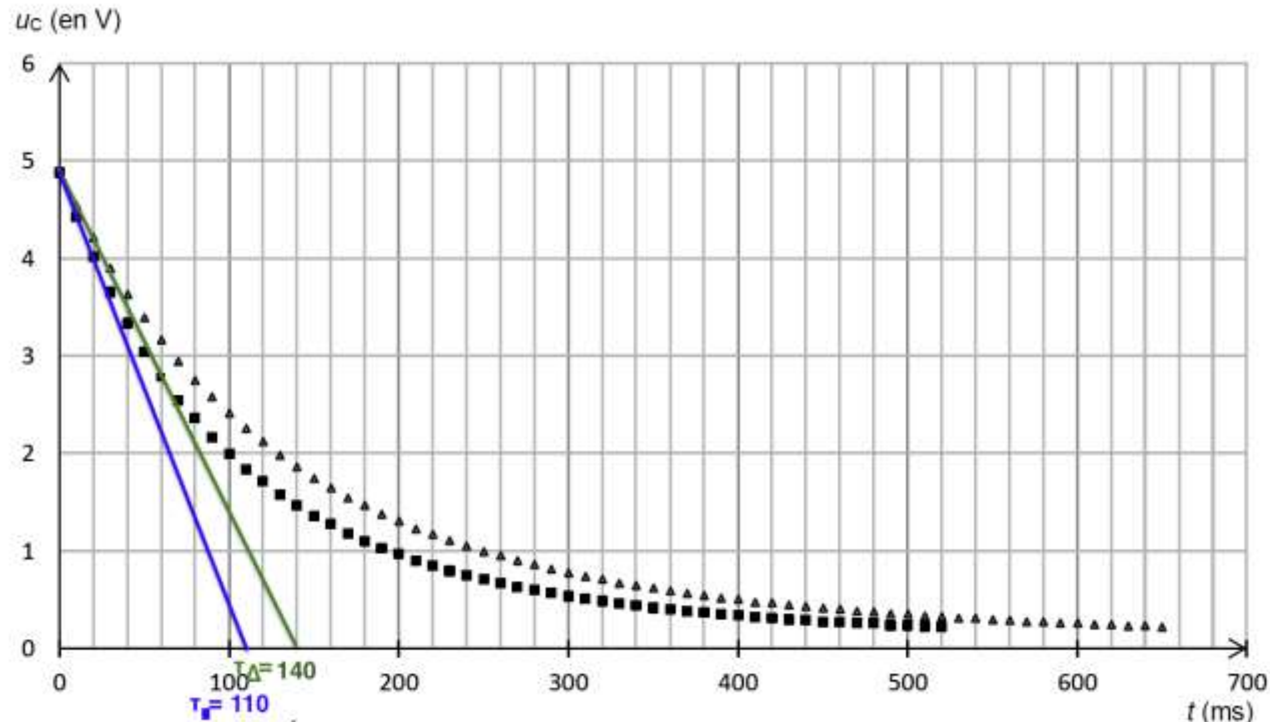


Figure 7. Évolution de u_C mesurée en fonction du temps lors des deux essais.

$\boldsymbol{\tau_{■} < \tau_{\Delta}}$
$\mathbf{RC_{■} < RC_{\Delta}}$
$\mathbf{C_{■} < C_{\Delta}}$

D'après la question 1.3.
Quand un objet est posé sur le condensateur « artisanal » e diminue, ainsi C augmente car C et e sont inversement proportionnels.

On en déduit donc que :
- ➢ Le dispositif sans pression est ■
- ➢ Le dispositif avec pression est Δ

3.2.

Calculons la capacité C du condensateur sans pression :

$$\boldsymbol{\tau = RC}$$
$$\mathbf{C = \frac{\boldsymbol{\tau}}{R}}$$
$$\mathbf{C = \frac{110 \times 10^{-3}}{10 \times 10^{6}}}$$
$$\mathbf{C = 1,1 \times 10^{-8} F}$$

Calculons la variation de capacité électrique ΔC :

$$\mathbf{\Delta C = \frac{\Delta \boldsymbol{\tau}}{R}}$$
$$\mathbf{\Delta C = \frac{140 \times 10^{-3} - 110 \times 10^{-3}}{10 \times 10^{6}}}$$
$$\mathbf{\Delta C = 3 \times 10^{-9} F}$$

Déterminons la valeur de la variation d'épaisseur Δe :

$$\frac{\Delta C}{C} = \frac{\Delta e}{e}$$
$$\frac{\Delta e}{e} = \frac{\Delta C}{C}$$
$$\Delta e = e \times \frac{\Delta C}{C}$$
$$\Delta e = 1,0 \times 10^{-4} \times \frac{3 \times 10^{-9}}{1,1 \times 10^{-8}}$$
$$\Delta e = 2,7 \times 10^{-5} m$$

Le dispositif est capable de détecter des petites variations d'épaisseurs.