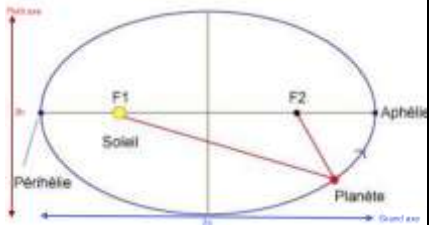
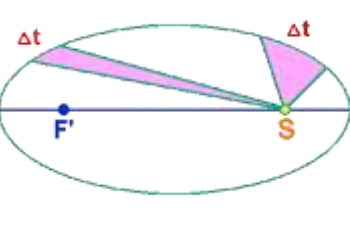


Satellites, Lois de Kepler

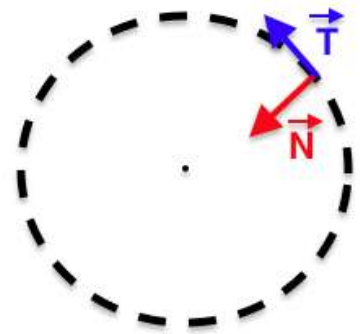
Lois de Kepler		
1 ^{ère} loi : Loi des orbites	2 ^{ème} loi : Loi des aires	3 ^{ème} loi : Loi des périodes
Le centre de chaque planète décrit une trajectoire elliptique dont le soleil S est l'un des foyers. 	Le segment soleil planète balaie des aires égales au cours de durées égales. 	$\frac{T^2}{a^3} = \text{constante}$ Avec • T la période • a la moitié du grand axe Pour un mouvement circulaire : $\frac{T^2}{R^3} = \text{constante}$

Mouvements circulaires

Base de Frenet :

- Un vecteur tangent à la trajectoire généralement noté $\vec{T}$
- Un vecteur normal à la trajectoire, généralement noté $\vec{N}$
- Vecteur accélération pour un mouvement circulaire :

$$\vec{a} = \frac{v^2}{r} \vec{N} + \frac{dv}{dt} \vec{T}$$



Force gravitationnelle



La force exercée par un corps A sur un corps B est donnée par la relation vectoriel :

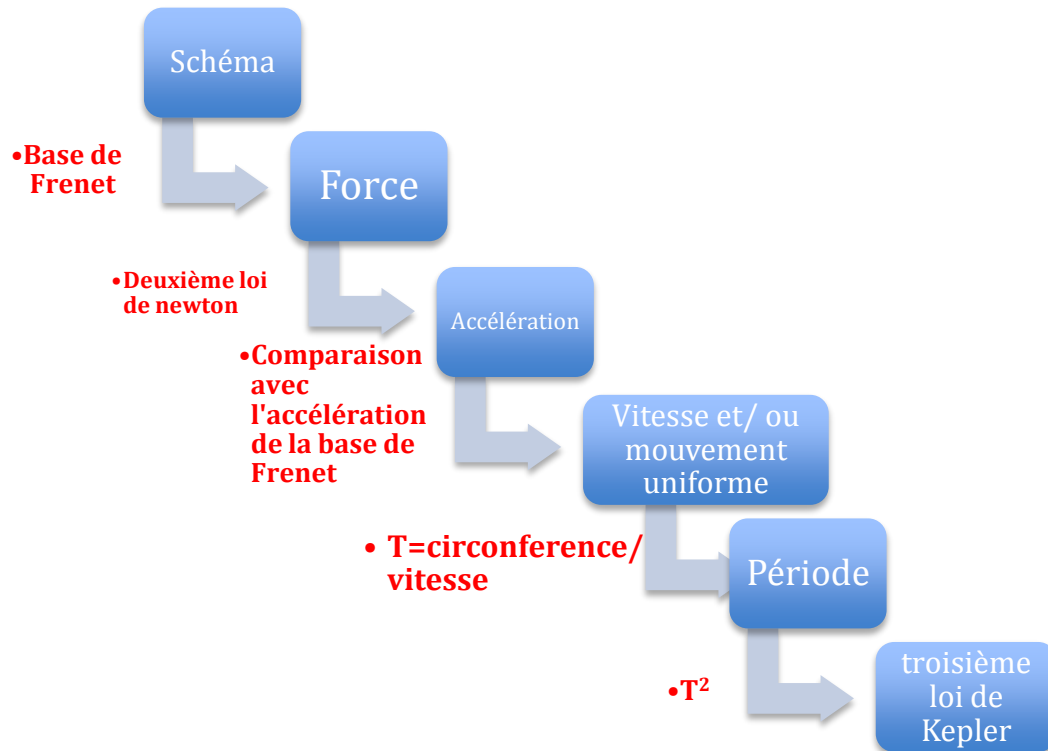
$$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A} = -G \cdot \frac{m_A \times m_B}{AB^2} \vec{u}_{AB}$$

Mouvement circulaire, le vecteur accélération est de la forme: $\vec{a} = \frac{v^2}{r} \vec{N} + \frac{dv}{dt} \vec{T}$

La période de révolution : $T = \frac{\text{circonférence}}{\text{vitesse}}$

Les satellites géostationnaires sont fixes par rapport à la terre :

- Ils évoluent dans un plan contenant l'équateur.
- Ils tournent dans le même sens que la terre
- Leur période de révolution est exactement égale à la période de rotation de la Terre



Feuille de route

Exemple :

Système : Planète

Référentiel : Héliocentrique supposé galiléen



$$\begin{aligned}\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} &= M\vec{a} \\ \vec{F}_{S/P} &= M\vec{a} \\ G \times \frac{M \times M_s}{R^2} \vec{N} &= M\vec{a} \\ \vec{a} &= G \times \frac{M_s}{R^2} \vec{N}\end{aligned}$$

Or, pour un mouvement circulaire, dans la base de Frenet, le vecteur accélération est de la forme:

$$\vec{a} = \frac{v^2}{R} \vec{N} + \frac{dv}{dt} \vec{T}$$

L'accélération étant unique, par identification :

- $\frac{dv}{dt} = 0$ donc la vitesse est constante : le mouvement du satellite est uniforme.

$$\Rightarrow \frac{v^2}{R} = G \times \frac{M_s}{R^2}$$

donc

$$v^2 = G \times \frac{M_s}{R}$$

$$v = \sqrt{G \cdot \frac{M_s}{R}}$$

La période de révolution est :

$$T = \frac{\text{circonference}}{\text{vitesse}}$$

$$T = \frac{2\pi R}{v}$$

$$T = \frac{2\pi R}{\sqrt{G \cdot \frac{M_s}{R}}}$$

$$T = 2\pi R \sqrt{\frac{R}{G \times M_s}}$$

$$T^2 = 4\pi^2 R^2 \frac{R}{G \times M_s}$$

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{R^3}{G \times M_s}$$

$$\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{G \times M_s}$$

On retrouve donc la troisième loi de Kepler :

$$\frac{T^2}{R^3} = \text{constante}$$