CLASSE : Terminale	**EXERCICE 3 :** au choix du candidat (6 points)
VOIE : ☒ Générale	**ENSEIGNEMENT : physique-chimie**
DURÉE DE L'ÉPREUVE : 1h03	**CALCULATRICE AUTORISÉE :** ☒Oui sans mémoire, « type collège »

EXERCICE 3 Capteur d'arrosage capacitif

Partie A - Étude de la capacité du capteur en fonction de l'humidité

A.1.

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r S}{l}$$

La capacité du condensateur est proportionnelle à ϵ_r la permittivité relative du milieu.

$\epsilon_{r,air} = 1{,}0$

$\epsilon_{r,eau} = 80$

$\epsilon_{r,eau} > \epsilon_{r,air}$

Ainsi :

$C_{eau} > C_{air}$

La capacité du condensateur sera la plus grande dans l'eau que dans l'air.

A.2.

$q = C \times U_C$

$C \times U_C = q$

$$U_C = \frac{q}{C}$$

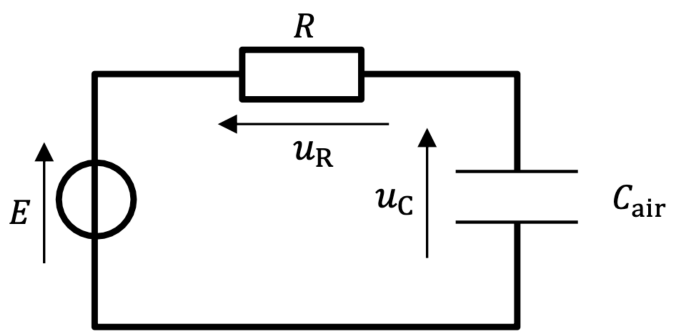
la tension électrique aux bornes du condensateur est inversement proportionnelle à sa capacité C.

$C_{eau} > C_{air}$

$U_{C_{eau}} < U_{C_{air}}$: la tension électrique aux bornes du condensateur est plus faible quand il est plongé dans l'eau que quand il est laissé à l'air libre.

Partie B - Étude de la charge d'un condensateur

B.1.



D'après la loi d'additivité des tensions ou loi des mailles :

$u_C(t) + u_R(t) = E$

B.2.

$$i(t) = \frac{dq_{(t)}}{dt}$$

Avec :

- ✓ i(t) : l'intensité du courant en Ampère (A)
- ✓ q(t) la charge électrique en coulomb (C)

B.3.

$u_C(t) + u_R(t) = E$

$u_C(t) + u_R(t) = E$

or $u_R(t) = R \times i$

$u_C(t) + R \times i = E$

Or

$i(t) = \frac{dq_{(t)}}{dt}$

$u_C(t) + R \times \frac{dq_{(t)}}{dt} = E$

Or

$q(t) = C_{air} \times U_C(t)$

D'ou

$u_C(t) + R \times \frac{dC_{air} \times u_C(t)}{dt} = E$

$u_C(t) + R \times C_{air}\frac{du_C(t)}{dt} = E$

On divise par $R \times C_{air}$

$\frac{u_C(t)}{R \times C_{air}} + \frac{dU_C(t)}{dt} = \frac{E}{R \times C_{air}}$

$\frac{dU_C(t)}{dt} + \frac{u_C(t)}{R \times C_{air}} = \frac{E}{R \times C_{air}}$

$\frac{dU_C(t)}{dt} + \frac{1}{R \times C_{air}} u_C(t) = \frac{E}{R \times C_{air}}$

B.4.1.

Vérifions que la solution de cette équation différentielle est de la forme :

$u_C(t) = E \times \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

-Dérivons $U_C(t)$:

$\frac{du_C(t)}{dt} = E \times -1 \times -\frac{1}{\tau} \times e^{-\frac{t}{\tau}}$

$\frac{du_C(t)}{dt} = \frac{E}{\tau} \times e^{-\frac{t}{\tau}}$

-Remplaçons $U_C(t)$ et $\frac{dU_C(t)}{dt}$ dans l'équation :

$$\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{R \times C_{air}} u_C(t) = \frac{E}{R \times C_{air}}$$

$$\frac{E}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)}{R \times C_{air}} = \frac{E}{R \times C_{air}}$$

$$\frac{E}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{E}{R \times C_{air}} - \frac{Ee^{-\frac{t}{\tau}}}{R \times C_{air}} = \frac{E}{R \times C_{air}}$$

$$Ee^{-\frac{t}{\tau}}\left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{R \times C_{air}}\right) = 0$$

Un produit de facteur est nul si un des facteurs et nul :

$$\frac{1}{\tau} - \frac{1}{R \times C_{air}} = 0$$

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{R \times C_{air}}$$

$$\tau = R \times C_{air}$$

Ainsi, $u_C(t) = E \times \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ est solution de l'équation différentielle à condition que $\tau = R \times C_{air}$.

B.4.2.

Le produit des grandeurs R et C_{air} est appelé la constante de temps τ.

B.5.

$$u_C(t) = E \times \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

Une fois avoir attendu un temps suffisamment long $t \to \infty$

$$u_C(t \to \infty) = E \times \left(1 - e^{-\frac{\infty}{\tau}}\right)$$

$$u_C(t \to \infty) = E \times (1 - 0)$$

$$u_C(t \to \infty) = E$$

Or

$$U_C = \frac{q}{C}$$

$$U_C(t \to \infty) = \frac{Q_{chargé}}{C_{air}}$$

Ainsi :

$$\frac{Q_{chargé}}{C_{air}} = E$$

$$Q_{chargé} = E \times C_{air}$$

PARTIE C - Utilisation en situation du capteur

C.1.

6 const int eau =217; // À COMPLÉTER. Définir la constante "eau" qui enregistre la valeur

lue lorsque le capteur est dans l'eau

C.2.

Lorsque le capteur est placé dans l’air, la valeur obtenue est 595.
Lorsque le capteur est placé dans l’eau, la valeur obtenue est 217.
La terre ne peut pas être plus sèche que l’air ni plus humide que l’eau. Ainsi la valeur mesurée par le capteur une fois mis dans le pot de la plante sera forcément comprise entre 217 et 595.

C.3.

$$\text{Pourcentage d'humidité relative} = \frac{\text{«valeur\_exp»} - \text{«sec»}}{\text{«eau»} - \text{«sec»}} \times 100$$

C.4.

17 int pourcentage_humidite = (valeur_exp- sec)/(eau- sec)*100 ; // **À COMPLÉTER.** Définir une variable entière : le pourcentage d'humidité relative