Nouvelle Calédonie 2023 CORRECTION Yohan Atlan © www.vecteurbac.fr	
CLASSE : Terminale	**EXERCICE B** : 10 points
VOIE : ⊠ Générale	
ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ : Sciences de l'ingénieur- Partie Sciences physiques	
DURÉE DE L'EXERCICE : 30 min	**CALCULATRICE AUTORISÉE :** ⊠Oui « type collège »

EXERCICE B - Combien de temps avant l'hypothermie (10 points)

1.

$$P_{th} = \frac{E}{\Delta t}$$
$$P_{th} = \frac{1{,}0 \times 10^7}{24 \times 60 \times 60}$$
$$P_{th} = 1{,}2 \times 10^2 \text{ W}$$
$$P_{th} = 0{,}12 \times 10^3 \text{ W}$$
$$P_{th} = 0{,}12 \text{ kW}$$

2.

Les échanges thermiques entre le plongeur et son environnement :

- Energie libérée par le métabolisme :$P_{th} \times \Delta t$
- Échanges entre le plongeur et l'eau : $\phi(t) \times \Delta t$

Bilan : $Q = P_{th} \times \Delta t + \phi(t) \times \Delta t$

3.

D'après le premier principe de la thermodynamique :

$\Delta U = Q + W$

$W = 0$ car le système ne travail pas

$\Delta U = Q$

$\Delta U = m \times c \times \Delta\theta_{int}$

4.

$\Delta U = Q = P_{th} \times \Delta t + \phi(t) \times \Delta t$

et $\Delta U = m \times c \times \Delta\theta_{int}$

$$m \times c \times \Delta\theta_{int} = P_{th} \times \Delta t + \phi(t) \times \Delta t$$
$$m \times c \times \Delta\theta_{int} = (P_{th} + \phi(t)) \times \Delta t$$
$$m \times c \times \frac{\Delta\theta_{int}}{\Delta t} = P_{th} + \phi(t)$$
$$m \times c \times \frac{\Delta\theta_{int}}{\Delta t} = P_{th} + h \times S \times (\theta_{eau} - \theta_{int}(t))$$

Quand $\Delta t \to 0$, $\frac{\Delta\theta_{int}}{\Delta t} \to \frac{d\theta_{int}}{dt}$

$$m \times c \times \frac{d\theta_{int}}{dt} = P_{th} + h \times S \times (\theta_{eau} - \theta_{int}(t))$$
$$m \times c \times \frac{d\theta_{int}}{dt} = P_{th} + h \times S \times \theta_{eau} - h \times S \times \theta_{int}(t)$$

$$\frac{m \times c}{m \times c} \times \frac{d\theta_{int}}{dt} = P_{th} \times \frac{1}{m \times c} + \frac{h \times S}{m \times c} \times \theta_{eau} - \frac{h \times S}{m \times c} \times \theta_{int}(t)$$
$$\frac{d\theta_{int}}{dt} = \frac{P_{th}}{m \times c} + \frac{h \times S}{m \times c} \times \theta_{eau} - \frac{h \times S}{m \times c} \times \theta_{int}(t)$$
$$\frac{d\theta_{int}}{dt} + \frac{h \times S}{m \times c} \times \theta_{int}(t) = \frac{h \times S}{m \times c} \times \theta_{eau} + \frac{P_{th}}{m \times c}$$

On obtient une équation différentielle de la forme :
$$\frac{d\theta_{int}}{dt} + \frac{1}{\tau}\theta_{int}(t) = \frac{\theta_{eau}}{\tau} + \frac{P_{th}}{m \times c}$$

Avec, par identification :
$$\frac{1}{\tau} = \frac{h \times S}{m \times c}$$

$$\tau = \frac{m \times c}{h \times S}$$

5.
$$[\tau] = \frac{[m] \times [c]}{[h] \times [S]}$$
$$[\tau] = \frac{kg \times J.kg^{-1}.K^{-1}}{W.m^{-2}.K^{-1} \times m^2}$$
$$[\tau] = \frac{J}{W}$$
$$[\tau] = \frac{W.s}{W}$$
$$[\tau] = s$$
Ainsi, la constante τ peut s'exprimer en secondes.

$$\tau = \frac{m \times c}{h \times S}$$
$$\tau = \frac{75 \times 3{,}5 \times 10^3}{100 \times 1{,}9}$$
$$\tau = 1{,}4 \times 10^3 \text{ s}$$

6.
$$\theta_{int}(t) = 33{,}6 \times e^{-\frac{t}{1{,}4\times10^3}} + 3{,}42$$
$$33{,}6 \times e^{-\frac{t}{1{,}4\times10^3}} + 3{,}42 = \theta_{int}(t)$$
$$33{,}6 \times e^{-\frac{t}{1{,}4\times10^3}} = \theta_{int}(t) - 3{,}42$$
$$e^{-\frac{t}{1{,}4\times10^3}} = \frac{\theta_{int}(t) - 3{,}42}{33{,}6}$$
$$\ln\left(e^{-\frac{t}{1{,}4\times10^3}}\right) = \ln\left(\frac{\theta_{int}(t) - 3{,}42}{33{,}6}\right)$$
$$-\frac{t}{1{,}4 \times 10^3} = \ln\left(\frac{\theta_{int}(t) - 3{,}42}{33{,}6}\right)$$
$$t = -1{,}4 \times 10^3 \times \ln\left(\frac{\theta_{int}(t) - 3{,}42}{33{,}6}\right)$$

Hypothermie grave : 30 °C

$$t = -1{,}4 \times 10^3 \times \ln\left(\frac{30 - 3{,}42}{33{,}6}\right)$$

$$t = 328 \text{ s}$$

$$t = 5 \text{ min } 28 \text{ s}$$

7.

Wim Hof a un record de 1 heure 53 minutes et 2 secondes qui est très supérieur à la durée maximale calculée à la question précédente. Ainsi le modèle simplifié utilisé ici ne permet pas d'expliquer le record de Win Hof.