CLASSE : Terminale	**EXERCICE B :** au choix du candidat (5 points)
VOIE : ☒ Générale	**ENSEIGNEMENT : physique-chimie**
DURÉE DE L'ÉPREUVE : 1h03	**CALCULATRICE AUTORISÉE :** ☒Oui sans mémoire, « type collège »

EXERCICE 3 Tir à l'arc à la perche verticale

Partie A : Étude énergétique d'un tir vertical

A.1.

L'énergie mécanique est la somme de l'énergie cinétique et l'énergie potentielle de pesanteur :

$E_M = E_c + E_{pp}$

Avec :

$E_c = \frac{1}{2}m \times v^2$

$E_{pp} = mgy$

$E_M = \frac{1}{2}m \times v^2 + mgy$

$E_M(0) = \frac{1}{2}m \times v_0^2 + mgy_0$

à t= 0 : y_0=h

$E_M(0) = \frac{1}{2}m \times v_0^2 + mgh$

A.2.

$E_M = \frac{1}{2}m \times v^2 + mgy$

$E_M(t_H) = \frac{1}{2}m \times v_H^2 + mgy_H$

à t = t_H : y_H=H et v_H=0 m.s^{-1} car la flèche à atteint son maximum , elle n'avance plus vers le haut : sa vitesse est nulle.

$E_M(t_H) = \frac{1}{2}m \times 0^2 + mgH$

$E_M(t_H) = mgH$

A.3.

D'après le sujet les frottements sont négligés. Ainsi l'énergie mécanique se conserve :

$E_M(t_H) = E_M(0)$

Avec

$E_M(t_H) = mgH$

$E_M(0) = \frac{1}{2}m \times v_0^2 + mgh$

$$mgH = \frac{1}{2}m \times v_0^2 + mgh$$

$$H = \frac{\frac{1}{2}m \times v_0^2 + mgh}{mg}$$

$$H = \frac{\frac{1}{2}\cancel{m} \times v_0^2}{\cancel{m}g} + \frac{\cancel{mg}h}{\cancel{mg}}$$

$$H = \frac{v_0^2}{2g} + h$$

$$H = h + \frac{v_0^2}{2g}$$

A.4.1.

$$H = h + \frac{v_0^2}{2g}$$

$$H = 1{,}80 + \frac{25{,}0^2}{2 \times 9{,}8}$$

$$H = 34 \text{ m}$$

A.4.2.

$$u(H) = \sqrt{\left(u(h)\right)^2 + \left(\frac{v_0}{g}\right)^2 \left(u(v_0)\right)^2}$$

$$u(H) = \sqrt{(0{,}01)^2 + \left(\frac{25{,}0}{9{,}8}\right)^2 (0{,}5)^2}$$

$$u(H) = 1{,}3 \text{ m}$$

La valeur de l'incertitude ne comporte qu'un chiffre significatif et est majorée :

$$u(H) = 2 \text{ m}$$

Ainsi :

$$H = 34 \ \pm 2 \text{ m}$$

$$34 \ - 2 \text{ m} < H < 34 \ + 2 \text{ m}$$

$$32 \text{ m} < H < 36 \text{ m}$$

A.4.3.

D'après le sujet : le haut d'une perche mesure 30 mètres.

L'encadrement de H ($32 \text{ m} < H < 36 \text{ m}$) dans la question précédente nous donne des valeurs supérieures à 30 m. Ainsi, la flèche dépasse le haut de la perche.

Partie B : Étude de la trajectoire de la flèche lors d'un tir visant le mat

B.1.

D'après le sujet les frottements sont négligés.

Bilan des forces s'exerçant sur la flèche : le poids $\vec{P}$.

B.2.

Système {flèche}
Référentiel terrestre supposé galiléen

D'après la deuxième loi de newton :

$$\Sigma\overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a}$$

$$\vec{P} = m\vec{a}$$

$$m\vec{g} = m\vec{a}$$

$$\vec{g} = \vec{a}$$

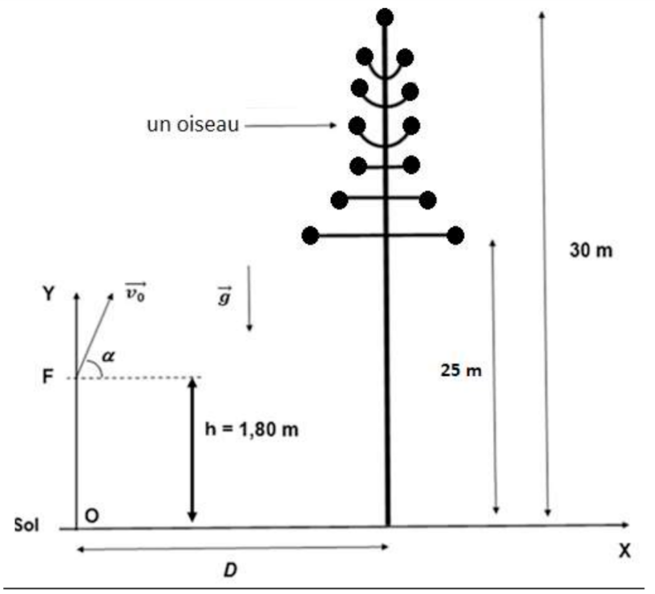

Figure 2 : Schéma du tir à l'arc vertical

Or

$$\vec{g}\begin{vmatrix} 0 \\ -g \end{vmatrix}$$

Le vecteur accélération du centre d'inertie du solide est égal au vecteur champ de pesanteur.

$$\vec{a}\begin{vmatrix} a_{x(t)} = 0 \\ a_{y(t)} = -g \end{vmatrix}$$

B.3.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

On intègre le système d'équation précédent :

$$\vec{v}\begin{vmatrix} v_{x(t)} = C_1 \\ v_{y(t)} = -gt + C_2 \end{vmatrix}$$

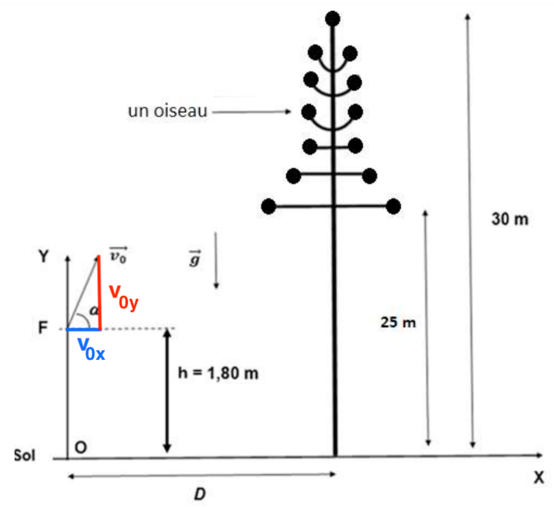

Figure 2 : Schéma du tir à l'arc vertical

Pour trouver les constantes, on utilise $\vec{v}_0$

$$\cos\alpha = \frac{v_{0x}}{v_0}$$

$$\sin\alpha = \frac{v_{0y}}{v_0}$$

$$\vec{v}_0\begin{vmatrix} v_{0x} = v_0\cos\alpha \\ v_{0y} = v_0\sin\alpha \end{vmatrix}$$

d'ou

$$\vec{v}\begin{vmatrix} v_{x(t)} = v_0\cos\alpha \\ v_{y(t)} = -gt + v_0\sin\alpha \end{vmatrix}$$

$$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$$

On intègre le système d'équation précédent :

$$\overrightarrow{OG}\left|\begin{array}{l} x(t) = v_0 \cos(\alpha) \times t + C_3 \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin(\alpha) \times t + C_4 \end{array}\right.$$

Pour trouver les constantes, on utilise $\overrightarrow{OG_0}$

$$\overrightarrow{OG_0} = \overrightarrow{OF} \left|\begin{array}{l} x_0 = 0 \\ y_0 = h \end{array}\right.$$

d'ou

$$\overrightarrow{OG}\left|\begin{array}{l} x(t) = (v_0 \cos\alpha) \times t \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0 \sin\alpha) \times t + h \end{array}\right.$$

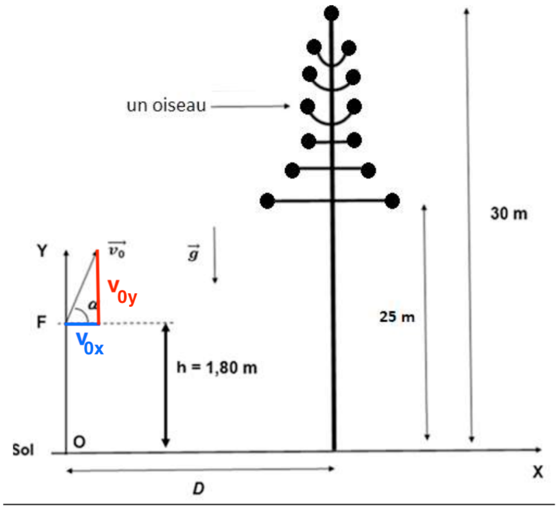

Figure 2 : Schéma du tir à l'arc vertical

B.4.

On isole t :

$$x = (v_0 \cos\alpha) \times t$$

$$(v_0 \cos\alpha) \times t = x$$

$$t = \frac{x}{(v_0 \cos\alpha)}$$

On remplace t dans y :

$$y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0 \sin\alpha) \times t + h$$

$$y(x) = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{(v_0 \cos\alpha)}\right)^2 + (v_0 \sin\alpha) \times \frac{x}{(v_0 \cos\alpha)} + h$$

$$y(x) = -\frac{1}{2}g\frac{x^2}{v_0^2 \cos^2\alpha} + x \times \tan(\alpha) + h$$

$$y(x) = -\frac{1}{2} \times \frac{gx^2}{v_0^2 \cos^2\alpha} + (\tan\alpha)x + h$$

B.5.

L'archer situé à une distance D = 5 m de la base de la perche. Calculons l'altitude atteinte pour x=D.

$$y(x = D) = -\frac{1}{2} \times \frac{gD^2}{v_0^2 \cos^2\alpha} + (\tan\alpha)D + h$$

$$y(x = D) = -\frac{1}{2} \times \frac{9{,}8 \times 5^2}{25{,}0^2 \times \cos^2 80} + (\tan 80) \times 5 + 1{,}80$$

$$y(x = D) = 24 \text{ m}$$

D'après le sujet : Pour être susceptible de marquer des points l'archer doit faire en sorte que la flèche atteigne, au niveau de la perche, une hauteur comprise entre 25 et 30 m.

La flèche n'atteint pas la hauteur minimale de 25 m. Ainsi, son tir ne peut pas lui permettre de marquer des points.