

## EXERCICE B - Combien de temps avant l'hypothermie ? (10 points)

Wim Hof, surnommé « l'homme de glace » est internationalement connu pour avoir battu plusieurs records du Guinness d'exposition au froid extrême. Il a établi le record du monde du temps le plus long au contact direct du corps avec la glace. Il a réitéré 16 fois l'exploit. Son record le plus long a une durée de 1 heure 53 minutes et 2 secondes en 2013.

L'objectif de cet exercice est d'estimer le temps pendant lequel une personne peut rester dans de l'eau froide avant d'atteindre l'hypothermie.

On considère une personne de masse  $m = 75$  kg plongeant en maillot de bain dans une eau glacée où règne une température notée  $\theta_{\text{eau}} = 2,8$  °C, considérée comme constante.

On supposera que la température du plongeur est uniforme, c'est-à-dire identique en tous points de son corps. Elle évolue au cours du temps et sera notée  $\theta_{\text{int}}(t)$ .

Le corps humain est naturellement réchauffé par de l'énergie produite par son métabolisme et représentée par un flux thermique constant de  $1,0 \times 10^7$  J par jour.

Les échanges thermiques entre le plongeur et l'eau seront modélisés par des échanges de type conducto-convectifs décrits par la loi phénoménologique de Newton :

$$\Phi(t) = h \times S \times (\theta_{\text{eau}} - \theta_{\text{int}}(t))$$

avec  $\Phi(t)$  en W : le flux thermique conducto-convectif

$S = 1,9$  m<sup>2</sup> : surface de contact du plongeur avec l'eau

$h = 100$  W·m<sup>-2</sup>·K<sup>-1</sup> : coefficient de transfert thermique

### Données

- Capacité thermique massique du corps humain :  $c = 3,5 \times 10^3$  J·kg<sup>-1</sup>·K<sup>-1</sup>.
- L'hypothermie est un phénomène au cours duquel une baisse anormale de la température d'un être vivant à sang chaud ne permet plus d'assurer correctement ses fonctions vitales. Pour l'être humain :
  - de 34 à 35 °C, l'hypothermie est modérée,
  - de 30 à 34 °C, l'hypothermie est moyenne,
  - en dessous de 30 °C, l'hypothermie est grave.

1. Montrer que la puissance dissipée par le métabolisme, à flux constant, est  $P_{\text{th}} = 0,12$  kW environ.
2. Montrer que les échanges thermiques entre le plongeur et son environnement pendant une petite durée  $\Delta t$  est donnée par la relation :  $Q = P_{\text{th}} \times \Delta t + \Phi(t) \times \Delta t$ . Donner le signe de  $\Phi(t)$ .
3. En utilisant le premier principe de la thermodynamique et en considérant le plongeur comme un système fermé incompressible, déterminer la relation donnant la variation de l'énergie interne  $\Delta U$  du plongeur en fonction de sa masse  $m$ , de sa capacité thermique massique  $c$  et de la variation de sa température  $\Delta \theta_{\text{int}}$ .

4. Montrer, par le bilan d'énergie précédent, que la température, supposée uniforme,  $\theta_{\text{int}}(t)$  du plongeur vérifie l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d\theta_{\text{int}}(t)}{dt} + \frac{\theta_{\text{int}}(t)}{\tau} = \frac{\theta_{\text{eau}}}{\tau} + \frac{P_{\text{th}}}{m \times c} \quad \text{avec} \quad \tau = \frac{m \times c}{h \times S}$$

5. Montrer que la constante  $\tau$  peut s'exprimer en secondes et déterminer sa valeur.

La solution de l'équation différentielle est :

$$\theta_{\text{int}}(t) = 33,6 \times e^{-\frac{t}{1,4 \times 10^3}} + 3,42 \quad \text{avec } t \text{ en s et } \theta_{\text{int}} \text{ en } ^\circ\text{C}.$$

6. Déterminer la durée maximale de plongée envisageable avant d'atteindre l'hypothermie grave.

7. Critiquer le modèle simplifié utilisé ici pour expliquer le record de Win Hof.