CLASSE : Terminale	**EXERCICE A :** au choix du candidat (5 points)
VOIE : ☒ Générale	**ENSEIGNEMENT : physique-chimie**
DURÉE DE L'ÉPREUVE : 0h53	**CALCULATRICE AUTORISÉE :** ☒Oui sans mémoire, « type collège »

EXERCICE 2

Protection des crapauds

Q1.

Système : crapaud

Référentiel terrestre supposé galiléen.

D'après la deuxième loi de newton :

$\Sigma\overrightarrow{F_{ext}} = m\overrightarrow{a_G}$

$\vec{P} = m\overrightarrow{a_G}$

$m\vec{g} = m\overrightarrow{a_G}$

$\vec{g} = \overrightarrow{a_G}$

$\overrightarrow{a_G} = \vec{g}$

Or

$\vec{g}\begin{vmatrix} 0 \\ -g \end{vmatrix}$

Le vecteur accélération du centre d'inertie du solide est égal au vecteur champ de pesanteur.

$$\boxed{\overrightarrow{a_G}\begin{vmatrix} a_{x(t)} = 0 \\ a_{z(t)} = -g \end{vmatrix}}$$

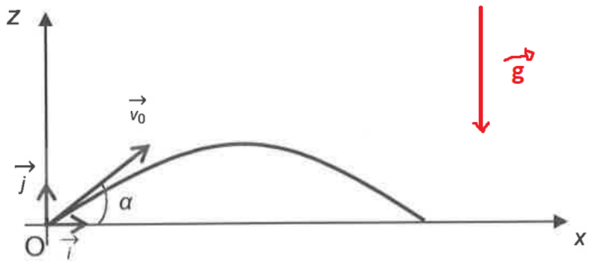

Figure 1. Modélisation du saut du crapaud

Q2.

$$\overrightarrow{a_G} = \frac{d\overrightarrow{v_G}}{dt}$$

On intègre le système d'équation précédent :

$\overrightarrow{v_G}\begin{vmatrix} v_{x(t)} = C_1 \\ v_{z(t)} = -gt + C_2 \end{vmatrix}$

Pour trouver les constantes, on utilise $\vec{v}_0$

$\vec{v}_0\begin{vmatrix} v_{0x} = v_0 \cos\alpha \\ v_{0z} = v_0 \sin\alpha \end{vmatrix}$

d'ou

$$\boxed{\overrightarrow{v_G}\begin{vmatrix} v_{x(t)} = v_0 \cos\alpha \\ v_{z(t)} = -gt + v_0 \sin\alpha \end{vmatrix}}$$

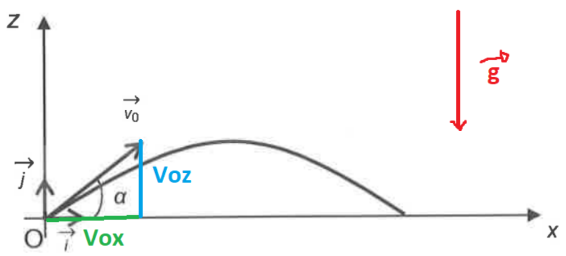

Figure 1. Modélisation du saut du crapaud

Q3.

$$\overrightarrow{v_G} = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$$

On intègre le système d'équation précédent :

$$\overrightarrow{OG}(t) \left| \begin{array}{l} x(t) = v_0 \times \cos(\alpha) \times t + C_3 \\ z(t) = -\frac{1}{2} \times g \times t^2 + v_0 \times \sin(\alpha) \times t + C_4 \end{array} \right.$$

Pour trouver les constantes, on utilise $\overrightarrow{OG_0}$

$$\overrightarrow{OG}(0) \left| \begin{array}{l} x_0 = 0 \\ z_0 = 0 \end{array} \right.$$

d'ou

$$\boxed{\overrightarrow{OG}(t) \left| \begin{array}{l} x(t) = v_0 \times \cos(\alpha) \times t \\ z(t) = -\frac{1}{2} \times g \times t^2 + v_0 \times \sin(\alpha) \times t \end{array} \right.}$$

Q4.

La durée du saut du crapaud correspond au temps pour lequel le crapaud retombe au sol : $z(t_{saut})=0$

$$z(t) = -\frac{1}{2} \times g \times t^2 + v_0 \times \sin(\alpha) \times t$$

$$z(t_{saut}) = -\frac{1}{2} \times g \times {t_{saut}}^2 + v_0 \times \sin(\alpha) \times t_{saut}$$

$$0 = t_{saut} \times \left(-\frac{1}{2} \times g \times t_{saut} + v_0 \times \sin(\alpha)\right)$$

Un produit de facteur est nul si et seulement si un des facteurs est nul :

$t_{saut} = 0$: valeur du temps correspondant au début du saut, solution qu'on ne gardera donc pas.

$$-\frac{1}{2} \times g \times t_{saut} + v_0 \times \sin(\alpha) = 0$$

$$-\frac{1}{2} \times g \times t_{saut} = -v_0 \times \sin(\alpha)$$

$$\frac{1}{2} \times g \times t_{saut} = v_0 \times \sin(\alpha)$$

$$t_{saut} = \frac{2 \times v_0 \times \sin(\alpha)}{g}$$

Q5.

$$x(t) = v_0 \times \cos(\alpha) \times t$$

Pour t_{saut} : $x(t_{saut}) = d$

$$t_{saut} = \frac{2 \times v_0 \times \sin(\alpha)}{g}$$

$$x(t_{saut}) = v_0 \times \cos(\alpha) \times t_{saut}$$

$$d = v_0 \times \cos(\alpha) \times \frac{2 \times v_0 \times \sin(\alpha)}{g}$$

$$d = \frac{2 \times {v_0}^2 \times \cos(\alpha) \times \sin(\alpha)}{g}$$

$$\frac{2 \times {v_0}^2 \times \cos(\alpha) \times \sin(\alpha)}{g} = d$$

$${v_0}^2 = \frac{d \times g}{2 \times \cos(\alpha) \times \sin(\alpha)}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{g \times d}{2 \sin(\alpha) \times \cos(\alpha)}}$$

Q6.

Saut d'une longueur de 20 fois leur taille : $d = 20 \times 10 \times 10^{-2} = 2\ \mathrm{m}$

$$v_0 = \sqrt{\frac{9{,}81 \times 2}{2 \sin(45) \times \cos(45)}}$$

$$v_0 = 4{,}4\ \mathrm{m.s^{-1}}$$

Q7.

Méthode 1 : avec les équations horaires

z_{max} pour $\alpha = 90°$

De plus, l'altitude est maximale lorsque $v_{z(t_{max})} = 0$ (le crapaud ne monte plus) :

$$v_{z(t)} = -gt + v_0 \sin \alpha$$

$$v_{z(t_{max})} = -gt_{max} + v_0 \sin 90°$$

$$0 = -gt_{max} + v_0$$

$$gt_{max} = v_0$$

$$t_{max} = \frac{v_0}{g}$$

Or

$$z(t) = -\frac{1}{2} \times g \times t^2 + v_0 \times \sin(\alpha) \times t$$

$$z_{max} = -\frac{1}{2} \times g \times t_{max}^2 + v_0 \times \sin(90) \times t_{max}$$

$$z_{max} = -\frac{1}{2} \times g \times \left(\frac{v_0}{g}\right)^2 + v_0 \times \sin(90) \times \frac{v_0}{g}$$

$$z_{max} = -\frac{1}{2} \times g \times \frac{v_0^2}{g^2} + v_0 \times \frac{v_0}{g}$$

$$z_{max} = -\frac{1}{2} \times \frac{v_0^2}{g} + \frac{v_0^2}{g}$$

$$z_{max} = \frac{1}{2} \times \frac{v_0^2}{g}$$

$$z_{max} = \frac{v_0^2}{2g}$$

Méthode 2 : avec le théorème de l'énergie cinétique

$$\Delta E_C = \Sigma W_{AB}(\vec{F})$$

$$E_{C\,finale} - E_{C\,initiale} = W_{AB}(\vec{P})$$

$$\frac{1}{2}m.v_{finale}^2 - \frac{1}{2}m.v_0^2 = m \times g \times (z_0 - z_{max})$$

Avec $v_{finale} = 0$ (le crapaud ne monte plus) et $z_0 = 0$

$$0 - \frac{1}{2}m.v_0^2 = m \times g \times (0 - z_{max})$$

$$-\frac{1}{2}m.v_0^2 = -m \times g \times z_{max}$$

$$z_{max} = \frac{1}{2}\frac{m.v_0^2}{m \times g}$$

$$z_{max} = \frac{v_0^2}{2g}$$

Méthode 3 : Loi de conservation de l'énergie mécanique : nous sommes en chute libre, il n'y a pas de frottements, l'énergie mécanique se conserve.

$$E_{m(B)} = E_{m(0)}$$

$$E_{C\,(B)} + E_{pp(B)} = E_{C\,(0)} + E_{pp(0)}$$

$$\frac{1}{2} \times m \times v_B^2 + m \times g \times z_B = \frac{1}{2} \times m \times v_0^2 + m \times g \times z_0$$

Avec $v_{finale} = v_B = 0$ (le crapaud ne monte plus) , $z_B = z_{max}$ et $z_0 = 0$

$$0 + m \times g \times z_{max} = \frac{1}{2} \times m \times v_0^2 + 0$$

$$z_{max} = \frac{1}{2}\frac{m \times v_0^2}{m \times g}$$

$$z_{max} = \frac{v_0^2}{2g}$$

Q8.

$$H_{champion} = z_{max} = \frac{v_0^2}{2g}$$

$$H_{champion} = \frac{4{,}4^2}{2 \times 9{,}81}$$

$$H_{champion} = 0{,}99\ m$$

Q9.

Dans notre modèle, nous n'avons pas pris en compte les forces de frottement, c'est pourquoi la hauteur des barrières est plus faible que $H_{champion}$.