Asie 2023 Sujet 2
CORRECTION Yohan Atlan © https://www.vecteurbac.fr/

CLASSE : Terminale	**EXERCICE 2** : 5,5 points
VOIE : ☒ Générale	**ENSEIGNEMENT : physique-chimie**
DURÉE DE L'ÉPREUVE : 0h58	**CALCULATRICE AUTORISÉE :** ☒Oui sans mémoire, « type collège »

EXERCICE 2 Un saut parfait

Partie A - Etude théorique portant sur l'influence de l'angle α entre la rampe et le plan horizontal

1.

Système {skieur}
Référentiel terrestre supposé galiléen

D'après la deuxième loi de newton :

$$\Sigma\overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a}$$

$$\vec{P} = m\vec{a}$$

$$m\vec{g} = m\vec{a}$$

$$\vec{g} = \vec{a}$$

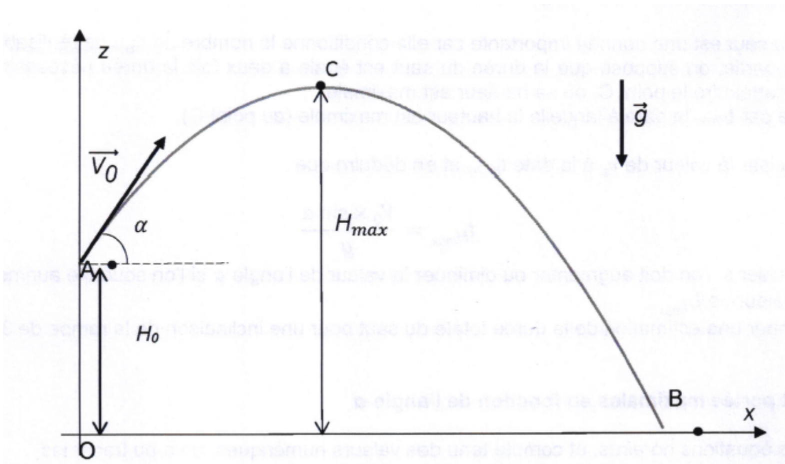

Figure 1 - Schématisation de la trajectoire du centre de masse G

Or

$$\vec{g}\left|\begin{array}{l} 0 \\ -g \end{array}\right.$$

Le vecteur accélération du centre d'inertie du solide est égal au vecteur champ de pesanteur.

$$\vec{a}\left|\begin{array}{l} a_{x(t)} = 0 \\ a_{z(t)} = -g \end{array}\right.$$

2.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

On intègre le système d'équation précédent :

$$\vec{v}\left|\begin{array}{l} v_{x(t)} = C_1 \\ v_{z(t)} = -gt + C_2 \end{array}\right.$$

Pour trouver les constantes, on utilise $\vec{v}_0$

$$\vec{v}_0\left|\begin{array}{l} v_{0x} = v_0 \cos\alpha \\ v_{0z} = v_0 \sin\alpha \end{array}\right.$$

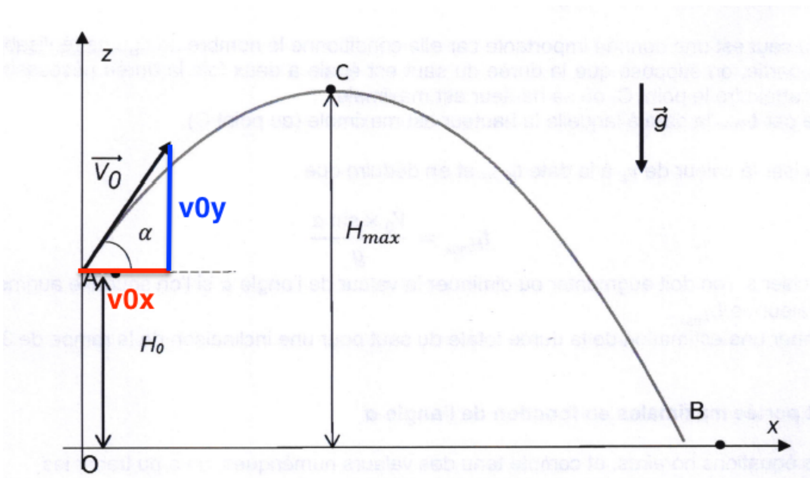

Figure 1 - Schématisation de la trajectoire du centre de masse G

d'ou

$$\vec{v}\left|\begin{array}{l} v_{x(t)} = v_0 \cos\alpha \\ v_{z(t)} = -gt + v_0 \sin\alpha \end{array}\right.$$

$$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$$

On intègre le système d'équation précédent :

$$\overrightarrow{OG}\left|\begin{array}{l} x(t) = \ v_0 \cos(\alpha) \times t \ + C_3 \\ z(t) = -\dfrac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin(\alpha) \times t \ + C_4 \end{array}\right.$$

Pour trouver les constantes, on utilise $\overrightarrow{OG_0}$

$$\overrightarrow{OG_0}\left|\begin{array}{l} x_0 = 0 \\ z_0 = \ H_0 \end{array}\right.$$

d'ou

$$\overrightarrow{OG}\left|\begin{array}{l} x(t) = \ v_0 \cos(\alpha) \times t \\ z(t) = -\dfrac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin(\alpha) \times t + H_0 \end{array}\right.$$

Durée du saut en fonction de l'angle α

3.

Pour t_{Hmax}, la date à laquelle la hauteur est maximale, $v_z = 0$.

$v_{z(t)} = -gt + v_0 \sin\alpha$

$v_{z(t=t_{Hmax})} = -gt_{Hmax} + v_0 \sin\alpha = 0$

$-gt_{Hmax} + v_0 \sin\alpha = 0$

$-gt_{Hmax} = -v_0 \sin\alpha$

$$t_{Hmax} = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}$$

4.

Pour α qui augmente entre 0° à 90°, sin(α) augmente.

t_{Hmax} est proportionnel à sin(α). Ainsi, pour augmenter la valeur de t_{Hmax}, il faut augmenter la valeur de l'angle α.

5.

D'après le sujet : « on suppose que la durée du saut est égale à deux fois la durée nécessaire au skieur pour atteindre le point C, ou sa hauteur est maximale »

$t_{sol} = 2 \times t_{Hmax}$

$$t_{sol} = 2 \times \frac{v_0 \sin\alpha}{g}$$

$$t_{sol} = 2 \times \frac{17 \times \sin(30)}{9{,}81}$$

$t_{sol} = 1{,}7\ s$

Remarque du correcteur : il s'agit d'une estimation. Pour trouver la durée du saut il faut procéder de cette façon (non demandé par ce sujet) :

La durée totale du saut est la durée correspondant ou le skieur touche le sol : $z(t_{sol}) = 0$

$$z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin(\alpha) \times t + H_0$$

$$z(t_{sol}) = -\frac{1}{2} g {t_{sol}}^2 + v_0 \sin(\alpha) \times t_{sol} + H_0$$

$$0 = -\frac{1}{2} \times 9{,}81 \times {t_{sol}}^2 + 17 \times \sin(30) \times t_{sol} + 3{,}60$$

$$0 = -4{,}9 \times {t_{sol}}^2 + 8{,}5 \times t_{sol} + 3{,}60$$

C'est une équation du second degré :

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (8{,}5)^2 - 4 \times -4{,}9 \times 3{,}60$$

$$\Delta = 142{,}81$$

$$t_{sol1} = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$t_{sol1} = \frac{-(8{,}5) + \sqrt{142{,}81}}{2 \times -4{,}9}$$

$$t_{sol1} = -0{,}35 \text{ s}$$

Un temps n'est pas négatif.

$$t_{sol2} = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$t_{sol2} = \frac{-(8{,}5) - \sqrt{142{,}81}}{2 \times -4{,}9}$$

$$t_{sol2} = 2{,}1 \text{ s}$$

Pour une inclinaison de la rampe de 30°, la durée totale du saut est d 2,1s.

Hauteur et portée maximales en fonction de l'angle α

6.

Un saut d'une hauteur d'au moins 7 m : graphiquement α>28°

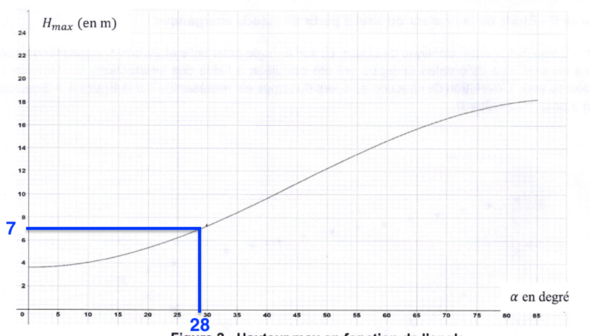

Figure 2 - Hauteur max en fonction de l'angle

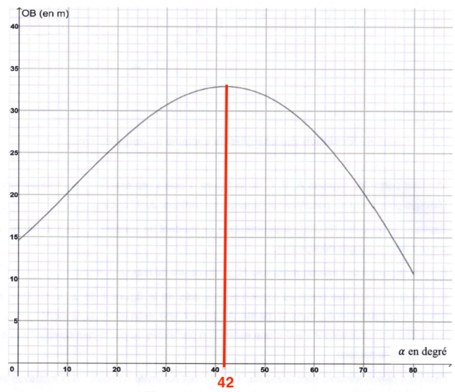

Figure 3 - Portée en fonction de l'angle

La portée augmente pour α<42°

Pour continuer d'augmenter simultanément la hauteur et la portée tout en permettant d'envisager un saut d'une hauteur d'au moins 7 m : 28°< α <42°

Partie B - Etude de la hauteur du saut à partir de l'étude énergétique

7.

L'énergie cinétique est : $E_c = \frac{1}{2} m.v^2$

Calculons l'énergie cinétique initiale : $E_{c0} = \frac{1}{2} m.{v_0}^2$

$$E_{c0} = \frac{1}{2} \times 80 \times 17^2$$

$$E_{c0} = 1{,}16 \times 10^4 J$$

$E_{c0} = 11{,}6$ KJ : Courbe A

L'énergie potentielle de pesanteur d'un solide est : Epp=mgz

Calculons l'énergie potentielle de pesanteur initiale : $E_{pp0} = mgz_0$

$$E_{pp0} = mgz_0$$

$$E_{pp0} = 80 \times 9{,}81 \times 3{,}6$$

$$E_{pp0} = 2{,}83 \times 10^3 J$$

$E_{pp0} = 2{,}83$ kJ : Courbe B

Méthode 2 : Epp=mgz, Epp est proportionnel à z. La courbe de l'énergie potentielle de pesanteur à la même forme que celle de la trajectoire z.

L'énergie mécanique Em d'un système est définie comme la somme des énergies cinétique et potentielle. $E_M = E_C + E_p$

Calculons l'énergie mécanique initiale : $E_{m0} = E_{pp0} + E_{c0}$

$$E_{m0} = E_{pp0} + E_{c0}$$

$$E_{m0} = 2{,}83 + 11{,}6$$

$E_{m0} = 14{,}4$ kJ : Courbe C

Méthode 2 : la courbe est au dessus des deux autres. C'est la somme des deux autres : Energie mécanique ($E_M = E_C + E_p$)

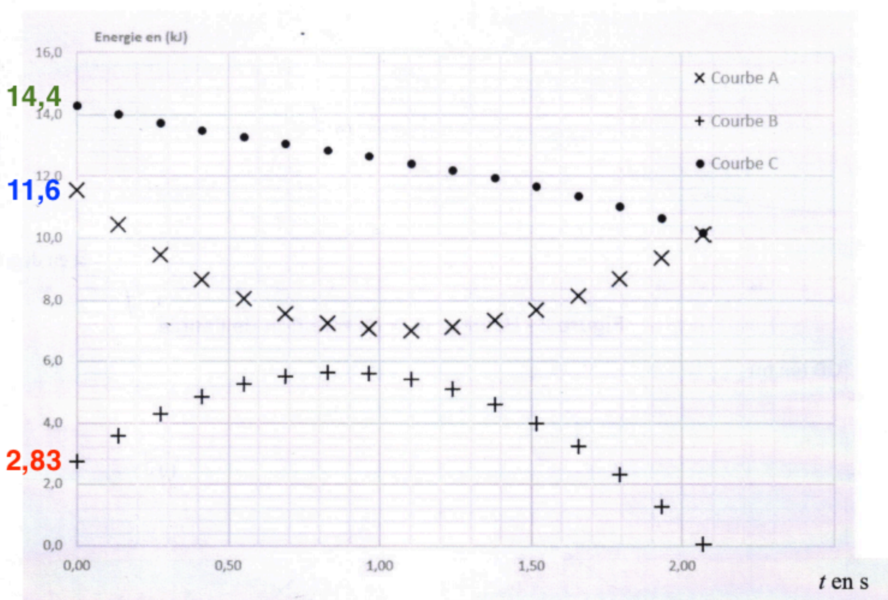

Figure 4 – Évolution des énergies du système au cours du temps

8.

La courbe C représentant l'énergie mécanique diminue au cours du temps. L'énergie mécanique ne se conserve pas, il y a des frottements, l'action de l'air n'est pas négligeable.

9.

H_{max} se situe lorsque l'énergie potentielle de pesanteur est maximale.

Graphiquement : $\color{red}{E_{ppmax} = 5{,}6\ kJ}$

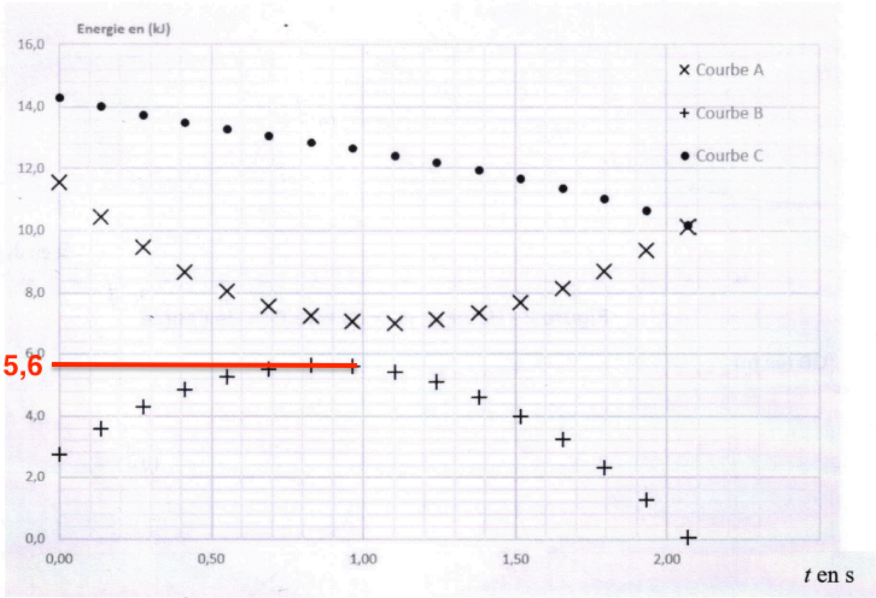

Figure 4 – Évolution des énergies du système au cours du temps

$$E_{ppmax} = mgH_{max}$$

$$mgH_{max} = E_{ppmax}$$

$$H_{max} = \frac{E_{ppmax}}{mg}$$

$$H_{max} = \frac{5{,}6 \times 10^3}{80 \times 9{,}81}$$

$$H_{max} = 7{,}1\ m$$

10.

La portée est la distance parcourue lorsque le skieur touche le sol soit calculer $x(t) = v_0 \cos(\alpha) \times t$ avec $t = t_{sol}$

Graphiquement $t_{sol} = 2{,}08\ s$

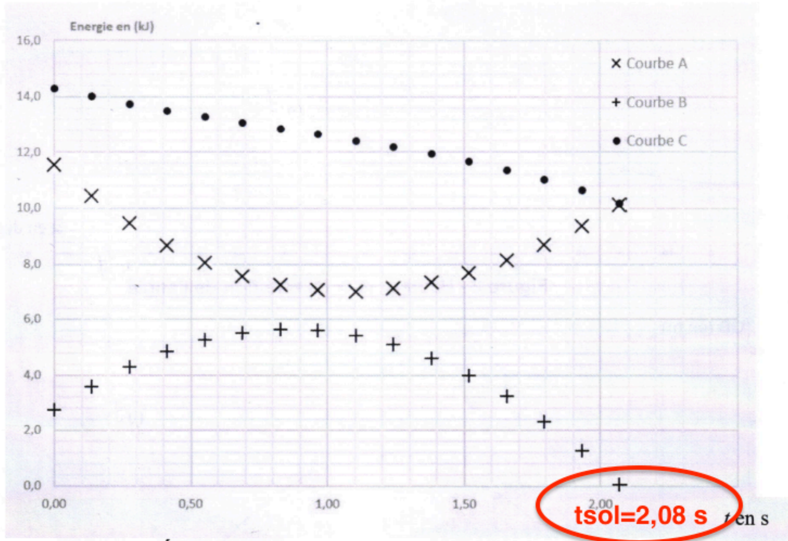

Figure 4 – Évolution des énergies du système au cours du temps

Pour calculer la portée :

$x(t_{sol}) = v_0 \cos(\alpha) \times t_{sol}$

$x(t_{sol}) = 17 \times \cos(30) \times 2{,}08$

$x(t_{sol}) = 30{,}6\ m$

L'estimation de la portée par cette méthode donne 30,6 m. Pour obtenir cette estimation, nous avons utilisé les équations horaires qui ne tiennent pas compte des forces de frottements.
Cette estimation est donc par excès car en réalité la portée sera moins grande.