

CLASSE : Terminale

EXERCICE 3 : 11 points

VOIE : Générale

ENSEIGNEMENT : physique-chimie

DURÉE DE L'ÉPREUVE : 0h53

CALCULATRICE AUTORISÉE : Oui sans mémoire, « type collègue »

EXERCICE 3 – Un vol inaugural un peu particulier (11 points)

A

1.

Système : propulseurs

Référentiel : terrestre supposé galiléen

D'après le texte : « on considère que le mouvement est vertical » de plus entre 420 s et 430 s, la vitesse est constante. »

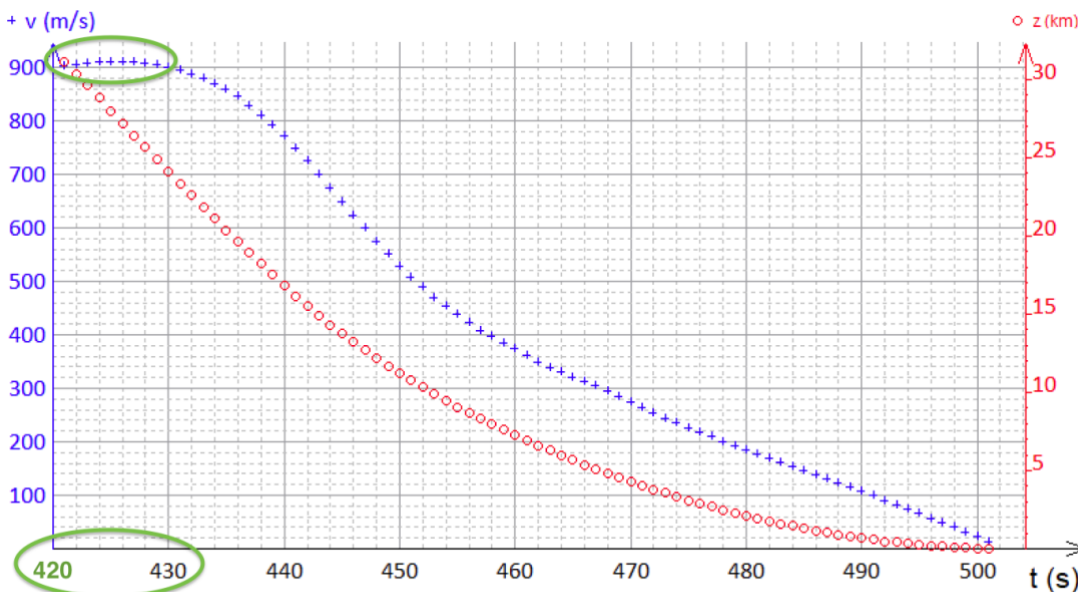


Figure 2. Évolution de la vitesse et de l'altitude d'un propulseur pendant les 80 secondes précédant l'atterrissage (le quadrillage correspond à l'axe de la vitesse).

Le mouvement est donc rectiligne uniforme.

Ainsi, d'après le principe d'inertie,

$$\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0}$$

$$\vec{P} + \vec{F} = \vec{0}$$

$$\vec{F} = -\vec{P}$$

Le poids est compensé par une force \vec{F} .

Cette force est verticale mais orienté vers le haut.

D'après le texte : « les moteurs sont éteints », cette autre force n'est pas la force de poussée.

Il s'agit de la force de frottement.

2.

2.1.

« Un axe (Oz) vertical orienté vers le haut et dont l'origine est choisie au sol »

2.2.

$$\vec{v} = \frac{dO\vec{G}_P}{dt}$$



2.3.

$$\vec{v} = \frac{d\vec{OG}_P}{dt}$$

$$\vec{v} = \frac{dz}{dt}$$

$$-v \times \vec{k} = \frac{dz}{dt} \times \vec{k}$$

$$-v = \frac{dz}{dt}$$

$$v = -\frac{dz}{dt}$$

Z décroît donc $\frac{dz}{dt} < 0$

$$v = -\frac{dz}{dt}$$

D'où $v > 0$

La valeur de la vitesse est positive

3.

$$a_z = \frac{dv_z}{dt}$$

La dérivée est le coefficient directeur de la tangente.

Traçons la tangente pour $t > 467$ s et calculons le coefficient directeur :

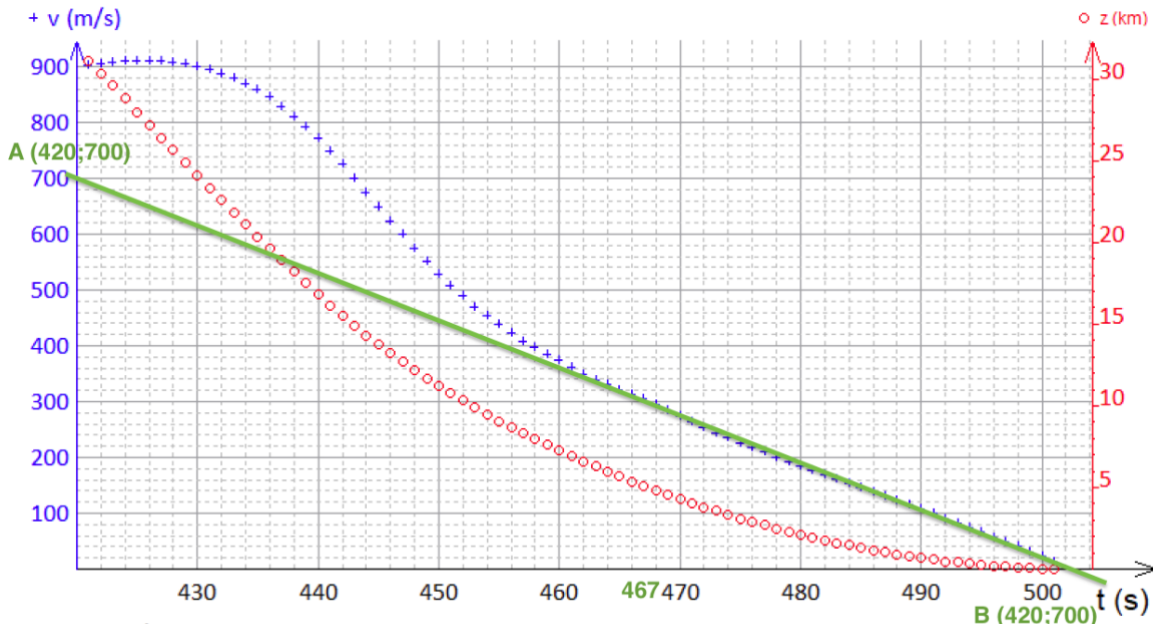


Figure 2. Évolution de la vitesse et de l'altitude d'un propulseur pendant les 80 secondes précédant l'atterrissage (le quadrillage correspond à l'axe de la vitesse).

$$k = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

$$k = \frac{0 - 700}{502 - 420}$$

$$k = -8,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$a_z = -8,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

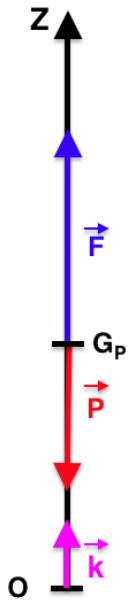
$$a = \sqrt{a_z^2}$$

$$a = \sqrt{(-8,5)^2}$$

$$a = 8,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

4.

4.1.



4.2.

D'après la 2nd loi de Newton :

$$\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a}$$

$$\vec{P} + \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{F} = -\vec{P} + m\vec{a}$$

Projetons sur l'axe z :

$$F = - \times -P + ma$$

$$F = P + ma$$

$$F = mg + ma$$

$$F = m(g + a)$$

$$F = 2,53 \cdot 10^3 (9,81 + 8,5)$$

$$F = 4,63 \cdot 10^4$$

$$F = 463 \text{ kN}$$

Commenter le résultat obtenu :

D'après le texte : « Poussée maximale d'un moteur Merlin au niveau du sol : 845 kN

La poussée de chaque moteur Merlin est modulable entre 50 % et 100 % de la poussée maximale. »

$$\frac{50}{100} \times 845 = 423 \text{ kN}$$

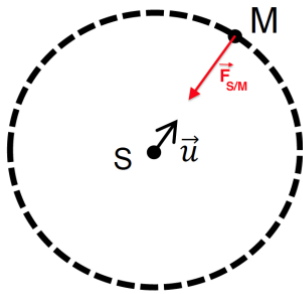
Soit

$$423 \text{ kN} < F < 845 \text{ kN}$$

La valeur trouvée est bien comprise dans cet intervalle.

B

1.



2.

Système : Mars

Référentiel : Héliocentrique supposé galiléen

$$\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = M_M \times \vec{a}$$

$$\vec{F}_{S/M} = M_M \times \vec{a}$$

$$-G \cdot \frac{M_S \times M_M}{d_{MS}^2} \vec{u} = M_M \times \vec{a}$$

$$\vec{a} = -G \cdot \frac{M_S}{d_{MS}^2} \vec{u}$$

3.

3.1.

Pour un mouvement circulaire, dans la base de Frenet, le vecteur accélération est de la forme :

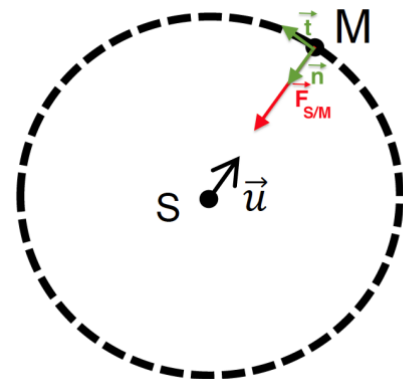
$$\vec{a} = \frac{v^2}{d_{MS}} \vec{n} + \frac{dv}{dt} \vec{t}$$

Or

$$\vec{a} = -G \cdot \frac{M_S}{d_{MS}^2} \vec{u}$$

$$\vec{n} = -\vec{u}$$

$$\vec{a} = G \cdot \frac{M_S}{d_{MS}^2} \vec{n}$$



L'accélération étant unique, par identification :

- $\frac{dv}{dt} = 0$ donc $v = \text{constante}$ donc mars à un mouvement uniforme.

3.2.

L'accélération étant unique, par identification :

- $\frac{v^2}{d_{MS}} = G \cdot \frac{M_S}{d_{MS}^2}$ donc $v = \sqrt{G \cdot \frac{M_S}{d_{MS}}}$

4.

La période de révolution est :

$$T = \frac{\text{circonférence}}{\text{vitesse}} = \frac{2\pi d_{MS}}{\sqrt{G \cdot \frac{M_S}{d_{MS}}}} = 2\pi \sqrt{\frac{d_{MS}^3}{G \times M_S}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{(2,28 \times 10^8 \times 10^3)^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \times 1,99 \cdot 10^{30}}} = 5,94 \times 10^7 \text{s} = 691 \text{ jours}$$

C

1.

1.1.

Un transfert thermique s'effectue toujours d'un corps chaud vers un corps froid.

D'après le texte : « Une technique déjà ancienne consiste à baisser la température des carburants et des combustibles en les faisant circuler dans un bain de diazote liquide »

Ainsi, la température du LOX diminue et la température du diazote augmente.

Le transfert thermique s'effectue du LOX (corps chaud) vers le diazote (corps froid).

La conséquence éventuellement observable pour le diazote : la température du diazote augmente, il risque de passer de l'état liquide à l'état gazeux.

1.2.

$$Q = \Delta U = M. c. \Delta T$$

$$Q = 287,4. 10^3 \times 1659 \times (-10)$$

$$Q = -4,8. 10^9 \text{J}$$

2.

$$P = hS(T_{\text{air}} - T)$$

Or

$$P = \frac{\Delta U}{\Delta t} = \frac{M. c. \Delta T}{\Delta t}$$

D'où

$$\frac{M. c. \Delta T}{\Delta t} = hS(T_{\text{air}} - T)$$

En faisant tendre Δt vers 0

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{dT}{dt}$$

$$M. c \frac{dT}{dt} = hS(T_{\text{air}} - T)$$

3.

$$M. c \frac{dT}{dt} = hS(T_{\text{air}} - T)$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{hS}{M. c} (T_{\text{air}} - T)$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{hS}{M. c} T_{\text{air}} - \frac{hS}{M. c} T$$

$$\frac{dT}{dt} = -\frac{hS}{M. c} T + \frac{hS}{M. c} T_{\text{air}}$$

C'est une équation différentielle de la forme : $y' = ay + b$

La solution de cette équation différentielle s'écrit : $y(t) = Ke^{at} - \frac{b}{a}$

$$y = T$$

$$a = -\frac{hS}{M \cdot c}$$

$$b = \frac{hS}{M \cdot c} T_{\text{air}}$$

$$T(t) = Ke^{-\frac{hS}{M \cdot c} t} - \frac{\frac{hS}{M \cdot c} T_{\text{air}}}{-\frac{hS}{M \cdot c}}$$

$$T(t) = Ke^{-\frac{hS}{M \cdot c} t} + T_{\text{air}}$$

Trouvons K :

$$T(t = 0) = Ke^{-\frac{hS}{M \cdot c} \times 0} + T_{\text{air}}$$

$$T(t = 0) = K + T_{\text{air}}$$

$$\text{Or à } t=0, T(t = 0) = T_i$$

D'où

$$K + T_{\text{air}} = T_i$$

$$K = T_i - T_{\text{air}}$$

La solution de cette équation différentielle s'écrit :

$$T(t) = (T_i - T_{\text{air}})e^{-\frac{hS}{M \cdot c} t} + T_{\text{air}}$$

$$T(t) = T_{\text{air}} + (T_i - T_{\text{air}})e^{-\frac{hS}{M \cdot c} t}$$

Solution proposée par le sujet : $T(t) = T_{\text{air}} + A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$

Par identification :

$$T(t) = T_{\text{air}} + (T_i - T_{\text{air}})e^{-\frac{hS}{M \cdot c} t}$$

$$T(t) = T_{\text{air}} + A \cdot e^{-\frac{1}{\tau} t}$$

$$A = T_i - T_{\text{air}}$$

$$-\frac{1}{\tau} = -\frac{hS}{M \cdot c}$$

$$\tau = \frac{M \cdot c}{hS}$$

Unité de τ :

$$[\tau] = \frac{[C]}{[h] \times [S]}$$

$$[\tau] = \frac{J \cdot K^{-1}}{W \cdot m^{-2} K^{-1} \times m^2}$$

$$[\tau] = \frac{J}{W}$$

$$\text{Or } Q = P \times \Delta t$$

$$\text{donc } J = W \cdot s$$

donc

$$[\tau] = \frac{W \cdot s}{W}$$

$$[\tau] = s$$

L'unité de τ est la seconde. τ est une constante de temps.

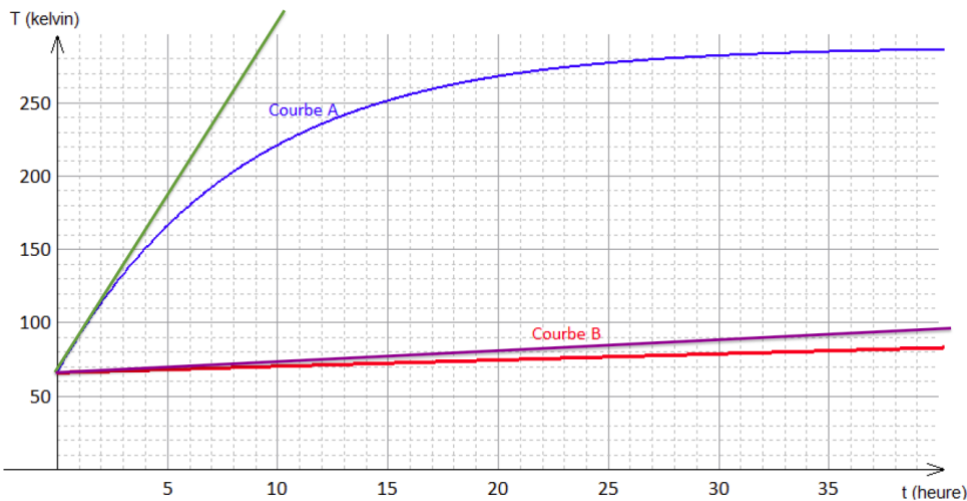
4.

4.1.

$$\tau = \frac{M \cdot c}{hS}$$

Pour trouver τ graphiquement :

- On trace la tangente à la courbe à $t=0$
- On repère l'intersection de la tangente avec la valeur maximale de T atteinte
- On lit graphiquement ce temps et on trouve τ



$$\begin{aligned} \tau_A &< \tau_B \\ \frac{M \cdot c}{h_A S} &< \frac{M \cdot c}{h_B S} \\ \frac{1}{h_A} &< \frac{1}{h_B} \\ h_A &> h_B \end{aligned}$$

D'où

$$h_A = h_2 = 60 \text{ W} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$$

$$h_B = h_1 = 1,0 \text{ W} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$$

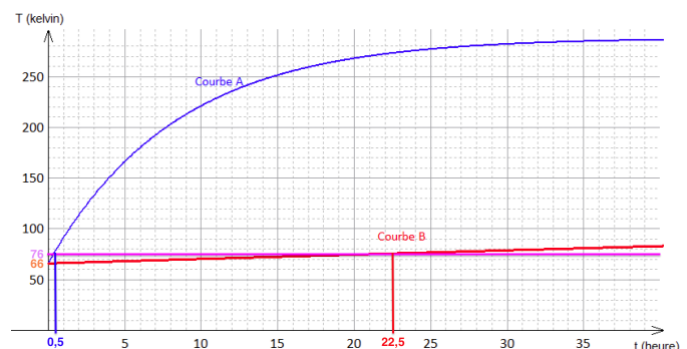
4.2.

D'après le texte : « Pour que l'augmentation de température du LOX dans le réservoir ne soit pas trop importante, le remplissage se fait pendant les 45 minutes précédant le décollage. »

Ainsi, l'augmentation de température se fait pour un temps du même ordre de grandeur.

Graphiquement, l'augmentation de 10°K se fait pour un temps $t_A = 0,5 \text{ h} = 30 \text{ min}$ et $t_B = 22,5 \text{ h}$.

La courbe A semble la mieux rendre compte de la situation réelle étudiée.



5.

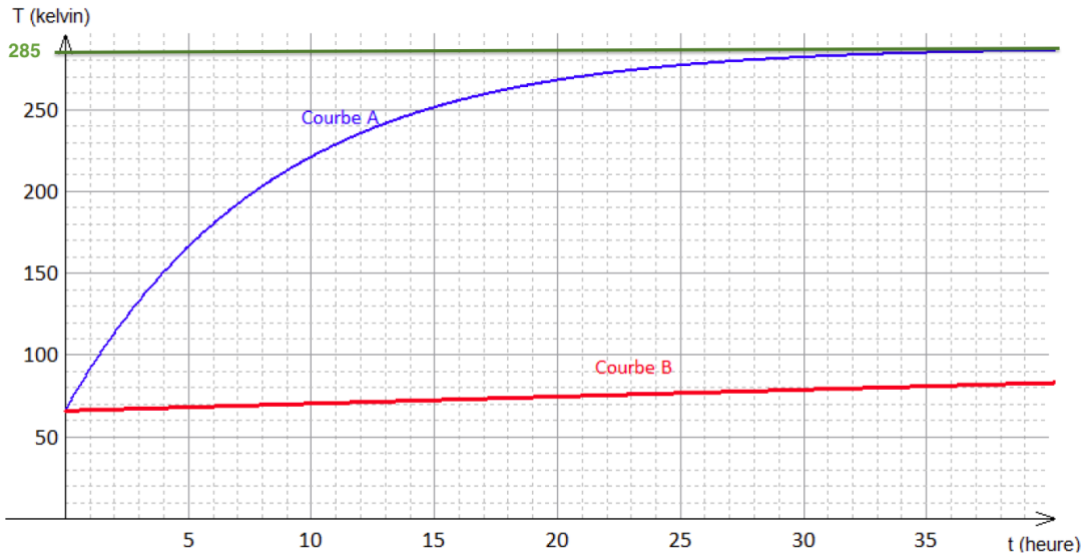
$$\frac{dT}{dt} = \frac{hS}{M \cdot c} (T_{\text{air}} - T)$$

- à $t=0$ s $T_i=66^\circ\text{K}$
- à un temps t pour lequel l'élévation est de 10°K : $T=76^\circ\text{K}$
- Pour trouver T_{air} , faisons tendre le temps $t \rightarrow \infty$ dans la solution de l'équation différentielle :

$$T(t \rightarrow \infty) = T_{\text{air}} + (T_i - T_{\text{air}})e^{-\frac{hS}{M \cdot c} \infty}$$

$$T(t \rightarrow \infty) = T_{\text{air}}$$

Graphiquement $T(t \rightarrow \infty) = 290^\circ\text{K}$ d'où $T_{\text{air}} = 290^\circ\text{K}$



Comparons la dérivée à ces deux instants :

$$\frac{\frac{dT}{dt}_{t=0}}{\frac{dT}{dt}_t} = \frac{\frac{hS}{M \cdot c} (T_{\text{air}} - T_i)}{\frac{hS}{M \cdot c} (T_{\text{air}} - T)} = \frac{(T_{\text{air}} - T_i)}{(T_{\text{air}} - T)}$$

$$\frac{\frac{dT}{dt}_{t=0}}{\frac{dT}{dt}_t} = \frac{(285 - 66)}{(285 - 76)} = 1,0$$

$$\frac{dT}{dt}_{t=0} = \frac{dT}{dt}_t$$

Donc quelle que soit la valeur de la constante d'échange h , la dérivée de la température par rapport au temps $\frac{dT}{dt}$ peut être considérée constante au début du réchauffement.

6.

Question 4.2. : La courbe A semble la mieux rendre compte de la situation réelle étudiée.

Il faudrait connaître le temps expérimental d'élévation de 10°K pour déterminer la valeur de h la plus exacte possible.