EXERCICE 1 : observation d'un volcan par interférométrie satellitaire radar (11 points)

Lancé en 2006 par le Japon, le satellite ALOS (Advanced Land Observing Satellite) a permis d'observer la Terre, notamment dans le domaine radar. Cet exercice s'intéresse au mouvement orbital de ce satellite et à l'utilisation des données radar appliquées à l'étude de la déformation du sol au niveau d'un volcan situé sur l'Ile de la Réunion, le Piton de la Fournaise.

Image de synthèse
(*earth.esa.int/eogateway/missions/alos)*

Données :

- masse de la Terre : M_T = 5,97×10^{24} kg ;
- rayon de la Terre : R_T = 6,37×10^{6} m ;
- constante de gravitation universelle : G = 6,67×10^{-11} m^3·kg^{-1}·s^{-2} ;
- la valeur de la vitesse de propagation des ondes électromagnétiques dans le vide, notée c, est supposée connue.

1. Étude du mouvement orbital du satellite ALOS

ALOS est placé sur une orbite polaire (c'est-à-dire passant à la verticale des pôles terrestres) supposée circulaire dans le référentiel géocentrique à une altitude h = 692 km. Le satellite se déplace à une vitesse proche de 2,7 x 10^4 km·h^{-1}.

En utilisant les données d'altitude et de période du satellite, un programme écrit en langage python (voir figure 1) a permis de déterminer les positions du satellite sur son orbite à intervalle de temps régulier Δt = 369,3 s et de représenter les vecteurs vitesse et variation de vitesse du satellite en ces points (figure 2).

```
#initialisation
delta_t = 369.3 #pas de temps en s
vx =np.zeros(N-2)
vy =np.zeros(N-2)
delta_vx =np.zeros(N-2)
delta_vy  =np.zeros(N-2)

#Calculs des coordonnées des vecteurs
for i in range(1,N-2):
    vx[i] = (x[i+1]-x[i-1])/(2*delta_t)
    vy[i] = (y[i+1]-y[i-1])/(2*delta_t)

for i in range(2,N-3):
    delta_vx[i] = (vx[i+1]-vx[i-1])
    delta_vy[i] = (vy[i+1]-vy[i-1])

#tracer les vecteurs
trace_vect(x,y,vx,vy,50,5)
trace_vect(x,y,delta_vx,delta_vy,50,5)

#tracer les positions
plt.plot(x,y,"b.",label="Positions du satellite ")

#tracer le centre de rotation
plt.plot(0,0,"bo")
```

Figure 1 : programme en langage python

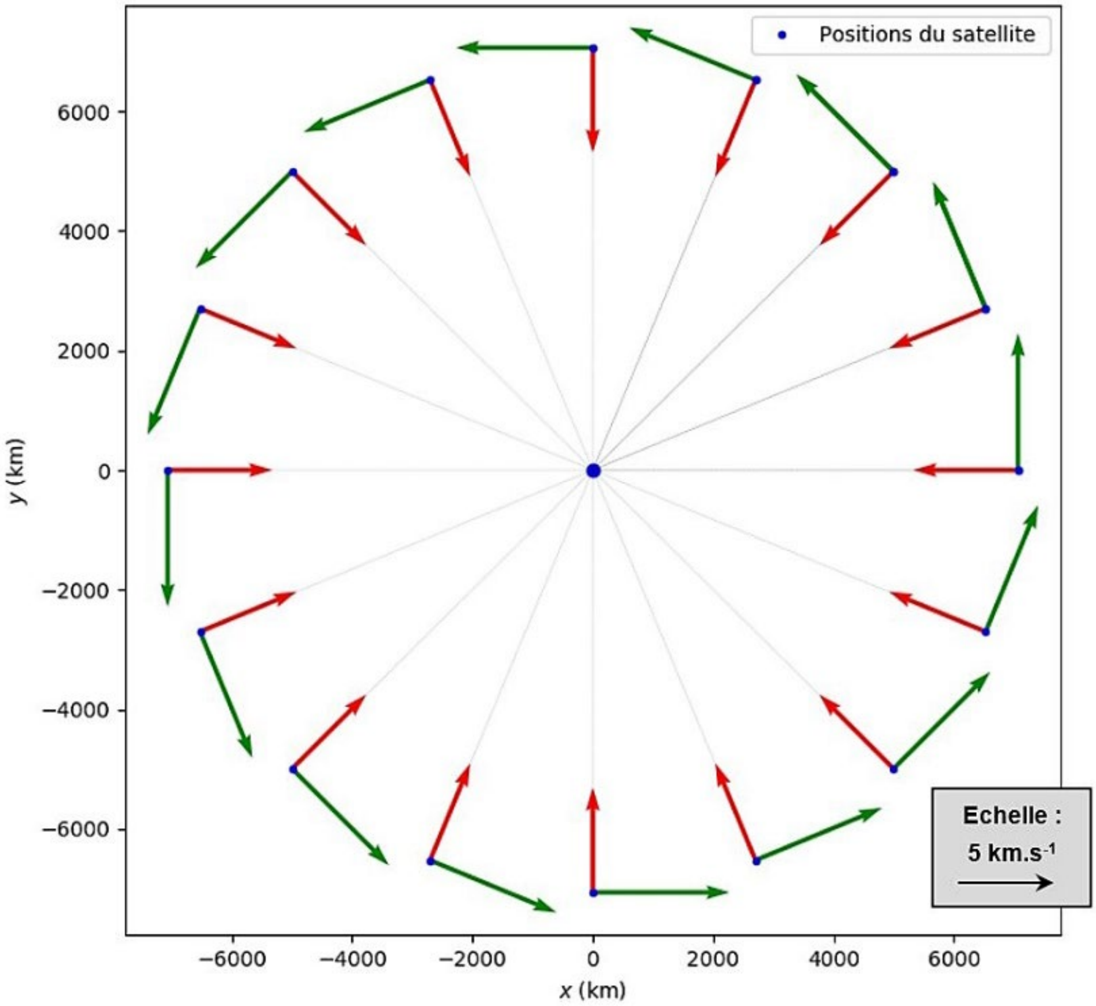

Figure 2 : vecteurs tracés après exécution du programme

Q.1. Indiquer les lignes du programme fourni qui permettent de calculer les coordonnées approchées des vecteurs variation de vitesse.

Q.2. Indiquer lequel des deux vecteurs représentés à une position du satellite donnée sur la figure 2 correspond au vecteur variation de vitesse. Justifier.

Q.3. Montrer à l'aide de l'échelle fournie sur la figure 2 que la valeur de l'accélération moyenne du satellite est voisine de 8 m·s^{-2}.

Le mouvement du centre de masse, S, du satellite ALOS est étudié dans le référentiel géocentrique supposé galiléen en utilisant le repère de Frenet (S, $\overrightarrow{u_t}$, $\overrightarrow{u_n}$). La masse du satellite est notée *m*.

Q.4. Exprimer, dans le repère de Frenet, la force d'interaction gravitationnelle exercée par la Terre sur le satellite ALOS en fonction de G, *m*, M_T, R_T, *h*. Représenter, sans souci d'échelle, cette force sur un schéma avec le repère de Frenet associé au satellite.

Q.5. Établir l'expression du vecteur accélération du satellite et calculer sa norme. Comparer à la valeur obtenue à la question Q.3.

Q.6. Montrer que le mouvement du satellite est uniforme et établir l'expression de sa vitesse :

$$v = \sqrt{\frac{G \times M_T}{R_T + h}}$$

Q.7. En déduire l'expression de la période de révolution du satellite en fonction de G, M_T, R_T, h. Calculer sa valeur.

Compte tenu de la rotation de la Terre sur elle-même, le satellite repasse tous les 46 jours à la verticale d'un même point de la surface terrestre.

Q.8. Déterminer le nombre d'orbites parcourues par le satellite ALOS avant de repasser au-dessus du même point.

2. Étude de la déformation du sol par interférométrie radar

Un satellite faisant de l'interférométrie radar est dit actif : il éclaire lui-même un point de la surface terrestre qu'il observe en émettant une onde radar et récupère le signal renvoyé.

L'interférométrie satellitaire radar (InSAR) est une technique d'imagerie utilisée principalement pour détecter des mouvements de terrain comme la contraction ou le gonflement des sols argileux et le suivi de l'activité des volcans.

Q.9. Écrire la relation entre la longueur d'onde, la célérité et la période de l'onde, en précisant les unités de ces grandeurs.

Q.10. Justifier, à l'aide du document ci-dessous, que les ondes émises par le satellite ALOS dont la longueur d'onde est 23,6 cm appartiennent au domaine des ondes radio.

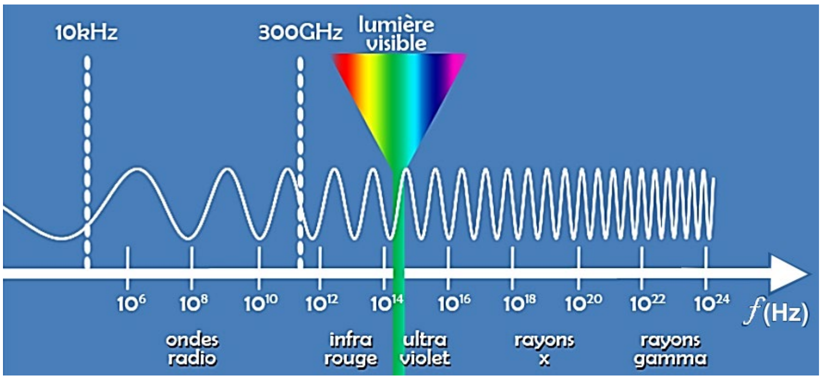

Figure 3 : spectre électromagnétique des ondes. © CEA

Le principe de la mesure de déplacement par InSAR est le suivant : le satellite capte une image de l'ensemble des points d'une même zone de la Terre depuis la même position dans le ciel à deux dates différentes (voir figure 4).

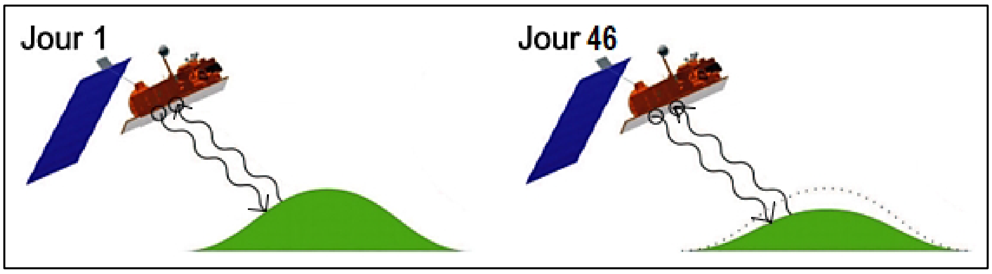

Figure 4 : trajets de l'onde émise par le satellite ALOS, pour un point de la zone étudiée

Une contraction ou un gonflement du sol survenant entre ces deux dates induit une variation de la distance entre le satellite et le sol. Cette variation génère une différence de marche entre les deux ondes radar reçues. Une figure d'interférences, appelée interférogramme, est obtenue par traitement informatique.

L'interférogramme réalisé permet de mesurer le déplacement du sol dans l'axe de visée du satellite.

On admettra que la variation d'altitude du sol est due uniquement à une contraction de ce dernier.

On note L la distance entre le satellite et le point visé à la surface de la Terre lors du premier passage et d le déplacement du sol dans l'axe de visée du satellite entre le premier et le deuxième passage du satellite.

Q.11. En exprimant la distance parcourue par l'onde radar lors du premier passage et celle parcourue par l'onde lors du deuxième passage, établir que la relation entre la différence de marche δ entre ces deux ondes et le déplacement du sol d est :

$$\delta = 2\,d$$

Q.12. En déduire que la relation entre le déplacement du sol d et la longueur d'onde λ pour que ces deux ondes soient en phase est :

$$d = \mathrm{k} \times \frac{\lambda}{2} \quad \text{avec k entier}$$

Du 30 mars au 1er avril 2007, le volcan situé sur l'île de la Réunion a connu une crise éruptive. Cet évènement a été imagé par le satellite radar ALOS dont la longueur d'onde de travail est de 23,6 cm. L'analyse comparée des deux images (Jour 1 et Jour 46) a permis la construction d'un interférogramme.

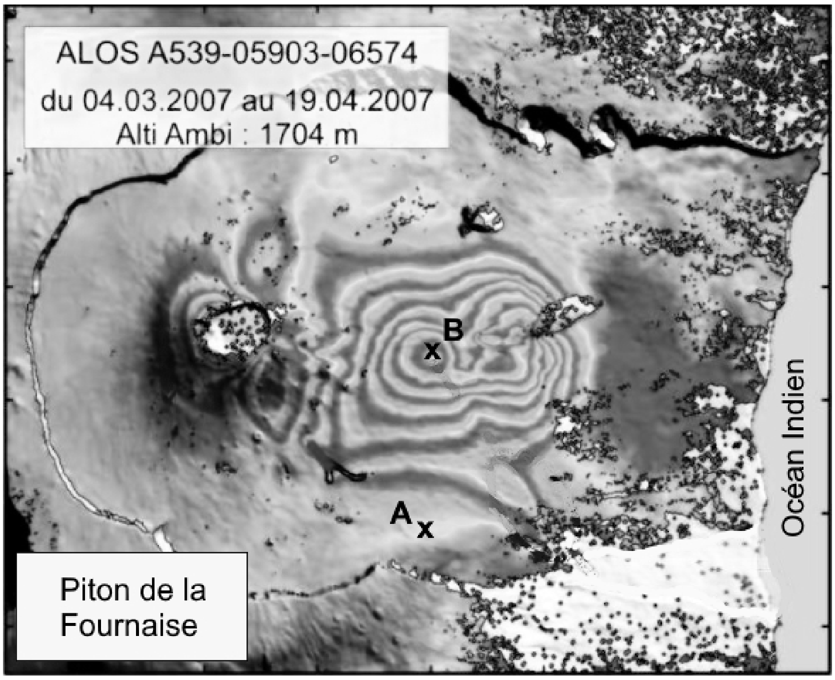

Figure 5 : interférogramme obtenu par superposition des images du 04 mars et du 19 avril 2007

Sur la figure 5, les franges les plus claires correspondent à des interférences constructives.

Q.13. Déterminer l'entier k entre les points A et B et en déduire la variation d'altitude du point B en supposant que le point A n'a pas subi de déplacement.