

EXERCICE 1 (4 points) (physique-chimie et mathématiques)

Concert musical

Lors d'un concert de musique rock organisé dans la ville de Venise, une scène flottante était placée à 120 m au large de la côte et donc des spectateurs du premier rang. Cette configuration particulière a posé des problèmes d'acoustique liés à l'atténuation différentielle du son émis par les différents instruments, notamment du fait de l'influence de la fréquence du son sur la directivité de l'émission par les haut-parleurs. L'exercice propose de modéliser cette situation à partir de données expérimentales.

Données :

- Fréquences correspondant à certaines notes de musique :

Note	Do1	La1	Mi2	Ré3	Do4	Fa4	Si4
Fréquence (Hz)	65,4	110	165	294	523	698	988

- Le niveau sonore L (en dB) d'une onde sonore est relié à son intensité acoustique I (en $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$) par la relation :

$$L = 10 \log \frac{I}{I_0},$$

où $I_0 = 10^{-12} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$ et $\log$ désigne le logarithme décimal.

Sonorisation du concert

Pour étalonner le système d'amplification des sons, on choisit deux notes de fréquences distinctes émises par la guitare, notées note 1 et note 2, et on étudie les signaux correspondants.

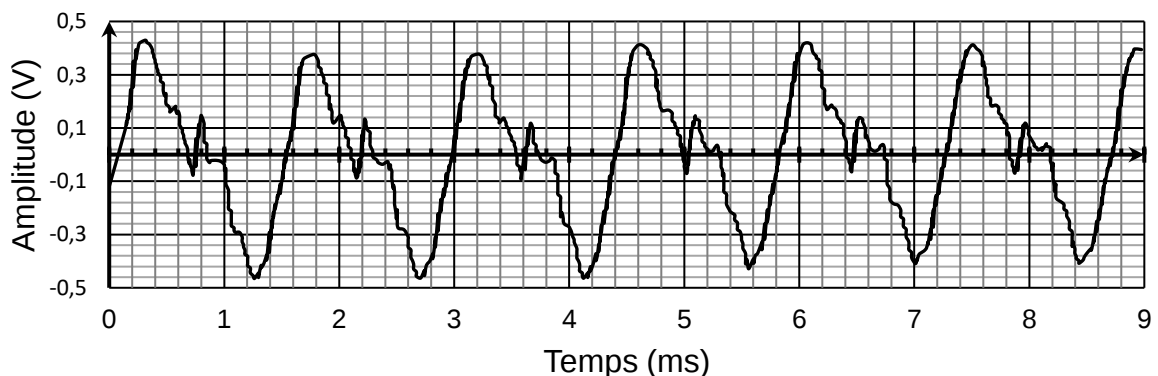


Figure 1 - Signal pour la note 1

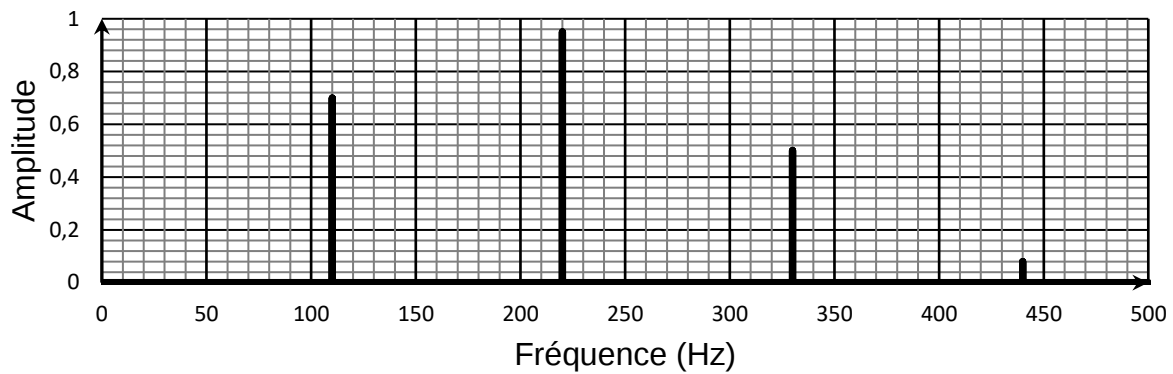


Figure 2 - Spectre en fréquence du signal obtenu pour la note 2

Q1. Déterminer la fréquence du signal représenté sur la figure 1 et indiquer la note de musique correspondante.

Q2. Indiquer, en justifiant votre réponse, si le son dont le spectre en fréquence est représenté sur la figure 2 est pur.

Q3. Identifier la note 2 associée au son dont le spectre en fréquence est représenté sur la figure 2.

Lors du concert, le niveau sonore mesuré au niveau des spectateurs les plus proches de la scène était de 100 dB.

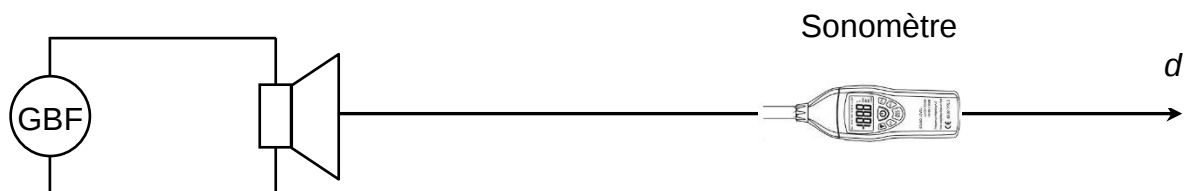
Les normes relatives à la prévention des risques liés au bruit en vigueur lors du concert fixaient une intensité acoustique maximale de valeur $I_{\max} = 3,1 \times 10^{-2} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$.

Q4. Vérifier si le niveau sonore mesuré lors du concert respectait cette norme.

Étude expérimentale

Pour étudier la variation du niveau sonore du signal lors de sa propagation, on mesure celui-ci à l'aide d'un sonomètre, placé à différentes distances de la source dans une direction donnée (document 1).

Un générateur connecté aux enceintes permet d'émettre deux notes distinctes : un La1 puis un Fa4. Les mesures obtenues pour chaque note figurent dans le document 2.



Document 1 - Schéma de l'expérience

Distance d (m)	10	20	30	50	70	90	100	110
L_1 pour le La1 (dB)	102,0	95,6	94,6	84,0	81,6	80,3	78,7	78,7
L_2 pour le Fa4 (dB)	97,0	95,7	88,0	89,6	85,3	82,1	81,2	79,0

Document 2 - Tableau des mesures des niveaux sonores.

On détermine ensuite des modèles numériques (valables pour une distance supérieure à 1 m), donnant les niveaux sonores de chaque note en fonction de la distance.

Sur la base de ces modèles, on obtient les expressions suivantes :

- pour le La1 : $L_1 = 125 - 10 \ln(d)$;
- pour le Fa4 : $L_2 = 117 - 7,5 \ln(d)$,

où d est exprimé en m, L_1 et L_2 sont exprimés en dB et $\ln$ désigne le logarithme népérien.

On étudie mathématiquement le modèle obtenu en introduisant les fonctions f et g définies sur $[1 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = 125 - 10 \ln(x) \text{ et } g(x) = 117 - 7,5 \ln(x) .$$

Ces fonctions modélisent respectivement les niveaux sonores du La1 et du Fa4 en fonction de la distance.

Q5. Déterminer une expression de $f'(x)$ où f' est la fonction dérivée de f sur $[1 ; +\infty[$.

On modifie désormais les réglages d'émission pour améliorer la qualité du son. Les expressions des nouvelles fonctions décrivant la dépendance de L_1 et L_2 avec la distance sont alors :

$$f_m(x) = 148 - 10 \ln(x) \text{ et } g_m(x) = 136 - 7,5 \ln(x) ,$$

respectivement, pour les notes La1 et Fa4.

Q6. Résoudre l'équation $f_m(x) = g_m(x)$ correspondant à $148 - 10 \ln(x) = 136 - 7,5 \ln(x)$ (arrondir le résultat à 10^{-1}).

En déduire la distance d_m des enceintes à laquelle doit se trouver le public pour que les deux notes aient le même niveau sonore.

Q7. Pour les réglages modifiés, calculer le niveau sonore du son reçu par les spectateurs à la distance d_m des enceintes pour chacune des notes.