EXERCICE 3 (4 points)

(mathématiques)

Dans cet exercice, les questions 1, 2, 3 et 4 peuvent être traitées de façon indépendante les unes des autres.

Un parachutiste est en chute libre dans l'air jusqu'à l'instant $t = 0$ où il ouvre son parachute. Sa vitesse est alors de $50\ \mathrm{m.s^{-1}}$. On admet par la suite que sa vitesse v, en $\mathrm{m.s^{-1}}$, en fonction du temps t, en s, est solution de l'équation différentielle sur l'intervalle $[0; +\infty[$:

$$\text{(E)} : y' = -5y + 10 .$$

Question 1

La fonction constante g définie sur l'intervalle $[0; +\infty[$ par $g(t) = 2$ est-elle une solution de l'équation différentielle (E) ? Justifier la réponse.

Question 2

Montrer que les solutions de l'équation différentielle (E) sur l'intervalle $[0; +\infty[$ sont les fonctions f définies sur cet intervalle par $f(t) = k\mathrm{e}^{-5t} + 2$, où k est un nombre réel donné.

Question 3

En admettant le résultat de la question précédente, montrer que la fonction v est donnée sur $[0; +\infty[$ par $v(t) = 48\mathrm{e}^{-5t} + 2$.

Question 4

La distance parcourue, en mètre, par le parachutiste pendant les 10 premières secondes après ouverture du parachute est donnée par l'intégrale :

$$\int_0^{10} (48\mathrm{e}^{-5t} + 2)\ \mathrm{d}t.$$

Calculer cette intégrale (arrondir à 10^{-1}).