

### EXERCICE 3 commun à tous les candidats (4 points)

(mathématiques)

#### Vous traiterez 4 questions au choix parmi les 6 questions proposées.

Dans cet exercice, on s'intéresse à l'énergie stockée dans la batterie d'un téléphone portable. Cette grandeur s'exprime en kW·h. Lorsque la batterie est totalement chargée, l'énergie stockée vaut 0,715 kW·h.

Lors du branchement de la batterie vide sur une borne de recharge, l'énergie stockée dans la batterie (en kW·h) en fonction du temps  $t$  (en heure) est modélisée par une fonction  $f$  définie sur  $[0; +\infty[$  par :

$$f(t) = ae^{-t} + b \text{ où } a \text{ et } b \text{ sont deux réels à déterminer.}$$

#### Question 1 :

1.a. Sachant que  $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = 0,715$ , déterminer la valeur de  $b$ .

1.b. Sachant que  $f(0) = 0$ , déterminer la valeur de  $a$ .

Dans les questions suivantes, on admet que pour tout nombre réel  $t \geq 0$  :

$$f(t) = -0,715 e^{-t} + 0,715$$

#### Question 2 :

Montrer que pour tout nombre réel  $t \geq 0$ ,  $f(t) < 0,715$ .

#### Question 3 :

3.a. Déterminer la fonction dérivée  $f'$  de la fonction  $f$ .

3.b. En déduire le sens de variation de la fonction  $f$  sur  $[0; +\infty[$ .

#### Question 4 :

La durée de demi-charge est le temps nécessaire pour charger à 50% une batterie qui était vide au départ. Déterminer la durée de demi-charge de la batterie de ce téléphone en minute et seconde, arrondie à la seconde.

**Question 5 :**

On considère la fonction en langage Python suivante :

```
from math import exp
def temps(pourcentage):
    t=0
    y=0
    while y < pourcentage*0.715:
        t = t+1/60
        y = - 0.715*exp(-t)+0.715
    return(t)
```

Que renvoie l'exécution de l'instruction `temps(0.15)` ? Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

**Question 6 :**

On considère la fonction  $F$  définie sur  $[0; +\infty[$  par  $F(t) = 0,715 t + 0,715e^{-t}$ .

**4.a.** Vérifier que  $F$  est une primitive de  $f$  sur  $[0; +\infty[$ .

**4.b.** On admet que l'énergie stockée moyenne de la batterie sur  $[0; 3,5]$  est égale à :

$$m = \frac{1}{3,5} [F(3,5) - F(0)].$$

Cette énergie stockée moyenne est-elle égale à la moitié de l'énergie stockée maximale ? Justifier la réponse.