EXERCICE 3 : Détermination de la valeur du champ de pesanteur à la surface de la Lune

Étude du mouvement et détermination du champ de pesanteur lunaire

Q1.

Système {balle de golf}
Référentiel sol lunaire supposé galiléen

D'après la deuxième loi de newton :

$\Sigma\overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a}$

$\vec{P} = m\vec{a}$

$m\overrightarrow{g_L} = m\vec{a}$

$\overrightarrow{g_L} = \vec{a}$

Or

$\vec{g}\begin{vmatrix} 0 \\ -g_L \end{vmatrix}$

Le vecteur accélération du centre d'inertie du solide est égal au vecteur champ de pesanteur.

$$\boxed{\vec{a}\begin{vmatrix} a_{x(t)} = 0 \\ a_{y(t)} = -g_L \end{vmatrix}}$$

Q2.

$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

On intègre le système d'équation précédent :

$\vec{v}\begin{vmatrix} v_{x(t)} = C_1 \\ v_{y(t)} = -g_L \times t + C_2 \end{vmatrix}$

Pour trouver les constantes, on utilise $\vec{v}_0$

$\vec{v}_0\begin{vmatrix} v_{0x} = v_0 \times \cos(\theta) \\ v_{0y} = v_0 \times \sin(\theta) \end{vmatrix}$

d'ou

$\vec{v}\begin{vmatrix} v_{x(t)} = v_0 \times \cos(\theta) \\ v_{y(t)} = -g_L \times t + v_0 \times \sin(\theta) \end{vmatrix}$

$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$

On intègre le système d'équation précédent :

$$\overrightarrow{OG}\left|\begin{array}{l} x(t) = v_0 \times \cos(\theta) \times t + C_3 \\ y(t) = -\dfrac{1}{2} \times g_L \times t^2 + v_0 \times \sin(\theta) \times t + C_4 \end{array}\right.$$

Pour trouver les constantes, on utilise $\overrightarrow{OG_0}$

$$\overrightarrow{OG_0}\left|\begin{array}{l} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{array}\right.$$

d'ou

$$\overrightarrow{OG}\left|\begin{array}{l} x(t) = v_0 \times \cos(\theta) \times t \\ y(t) = -\dfrac{1}{2} \times g_L \times t^2 + v_0 \times \sin(\theta) \times t \end{array}\right.$$

Q3.

La durée t_{vol} est la durée nécessaire pour que le système atteigne le sol : $y(t_{vol}) = 0$

$$y(t_{vol}) = -\frac{1}{2} \times g_L \times {t_{vol}}^2 + v_0 \times \sin(\theta) \times t_{vol}$$

$$0 = -\frac{1}{2} \times g_L \times {t_{vol}}^2 + v_0 \times \sin(\theta) \times t_{vol}$$

$$0 = \left(-\frac{1}{2} \times g_L \times t_{vol} + v_0 \times \sin(\theta)\right) \times t_{vol}$$

Un produit de facteur est nul si et seulement si un de ses facteur est nul :

$t_v = 0$ s qui correspond au temps du départ

$$-\frac{1}{2} \times g_L \times t_{vol} + v_0 \times \sin(\theta) = 0$$

$$-\frac{1}{2} \times g_L \times t_{vol} = -v_0 \times \sin(\theta)$$

$$\frac{1}{2} \times g_L \times t_{vol} = v_0 \times \sin(\theta)$$

$$t_{vol} = \frac{2 \times v_0 \times \sin(\theta)}{g_L}$$

Q4.

La durée t_{vol} est la durée nécessaire pour que le système atteigne le sol : $x(t_{vol}) = x_p$

$$x(t_{vol}) = v_0 \times \cos(\theta) \times t_{vol}$$

$$x_p = v_0 \times \cos(\theta) \times t_{vol}$$

$$v_0 \times \cos(\theta) \times t_{vol} = x_p$$

$$t_{vol} = \frac{x_p}{v_0 \times \cos(\theta)}$$

Q5.

Les deux temps de vol trouvés aux Q3 et Q4 sont égaux :

$$t_{vol} = \frac{2 \times v_0 \times \sin(\theta)}{g_L}$$

$$t_{vol} = \frac{x_p}{v_0 \times \cos(\theta)}$$

Ainsi :

$$\frac{2 \times v_0 \times \sin(\theta)}{g_L} = \frac{x_p}{v_0 \times \cos(\theta)}$$

$$\frac{g_L}{2 \times v_0 \times \sin(\theta)} = \frac{v_0 \times \cos(\theta)}{x_p}$$

$$g_L = \frac{v_0 \times \cos(\theta) \times 2 \times v_0 \times \sin(\theta)}{x_p}$$

$$g_L = \frac{2 \times {v_0}^2 \times \cos(\theta) \times \sin(\theta)}{x_p}$$

Q6.

$$g_L = \frac{2 \times {v_0}^2 \times \cos(\theta) \times \sin(\theta)}{x_p}$$

$$g_L = \frac{2 \times \left(\frac{30}{3,6}\right)^2 \times \cos(25) \times \sin(25)}{36}$$

$$g_L = 1,5\ m.s^{-2}$$

Q7.

$$g_{L0} = \frac{G \times M_L}{R_L^2}$$

$$g_{L0} = \frac{6,67 \times 10^{-11} \times 7,34 \times 10^{22}}{(1740 \times 10^3)^2}$$

$$g_{L0} = 1,62\ m.s^{-2}$$

Q8.

la valeur du champ de pesanteur lunaire g_{Lo} obtenue à partir de la loi de gravitation universelle et celle obtenue à partir du tir de golf d'Alan Shepard sont proches.