CLASSE : Terminale STI2D	**EXERCICE 1 :** 4 points
VOIE : ☒ Générale	**ENSEIGNEMENT : Physique-chimie**
DURÉE DE L'ÉPREUVE : 0h36	**CALCULATRICE AUTORISÉE :** ☒Oui sans mémoire, « type collège »

EXERCICE 1

Le viscosimètre à chute de bille

Q1.

$P = m \times g$
$P = 20{,}1 \times 10^{-3} \times 9{,}8$
$P = 0{,}20\ \mathrm{N}$

$P_A = \rho_{huile} \times V \times g$
$P_A = 8{,}40 \times 10^{2} \times 5{,}6 \times 10^{-6} \times 9{,}8$
$P_A = 0{,}046\ \mathrm{N}$

Le poids est supérieur à la poussée d'Archimède. Ainsi la force qui attire la bille vers le bas est supérieure à celle qui la pousse vers le haut : quand on lâche la bille, en z=0, la bille tombe.

Q2.

Système : bille

Référentiel terrestre supposé galiléen.

D'après principe fondamental de la dynamique :

$\Sigma\overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a}$

$\vec{P} + \overrightarrow{P_A} + \vec{f} = m\vec{a}$

Q3.

$\vec{P} + \overrightarrow{P_A} + \vec{f} = m\vec{a}$

$m\vec{a} = \vec{P} + \overrightarrow{P_A} + \vec{f}$

Projetons sur l'axe z :

$ma = P - P_A - f$

Avec :

$a = \frac{dv}{dt}$

$P = mg$
$P_A = \rho_{huile} \times V \times g$
$f = 6\pi\eta Rv$

$m\frac{dv}{dt} = mg - \rho_{huile} \times V \times g - 6\pi\eta Rv$

On divise par m :

$$\frac{m}{m}\frac{dv}{dt} = \frac{m}{m}g - \frac{\rho_{huile} \times V \times g}{m} - \frac{6\pi\eta Rv}{m}$$

$$\frac{dv}{dt} = g - \frac{\rho_{huile} \times V \times g}{m} - \frac{6\pi\eta Rv}{m}$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{6\pi\eta Rv}{m} + g - \frac{\rho_{huile} \times V \times g}{m}$$

Q4.

$$\frac{dv}{dt} = -6{,}8v + 7{,}5$$

L'équation différentielle est de la forme $y' = ay + b$

Les solutions sont de la forme : $y = Ce^{at} - \frac{b}{a}$

$$y = Ce^{at} - \frac{b}{a}$$

$$v(t) = Ce^{-6{,}8t} - \frac{7{,}5}{-6{,}8}$$

$$v(t) = Ce^{-6{,}8t} + \frac{75}{68}$$

Pour trouver C , on utilise les conditions initiales :

$$v(t=0) = Ce^{-6{,}8\times 0} + \frac{75}{68}$$

$$v(t=0) = C \times 1 + \frac{75}{68}$$

$$v(t=0) = C + \frac{75}{68}$$

Or $v(t=0) = 0$

Donc $C + \frac{75}{68} = 0$

$$C = -\frac{75}{68}$$

Ainsi :

$$v(t) = -\frac{75}{68}e^{-6{,}8t} + \frac{75}{68}$$

Q5.

$$v(t) = -\frac{75}{68}e^{-6,8t} + \frac{75}{68}$$

$$\lim_{t\to\infty} v(t) = -\frac{75}{68}e^{-6,8\times\infty} + \frac{75}{68}$$

$$\lim_{t\to\infty} v(t) = -\frac{75}{68}\times 0 + \frac{75}{68}$$

$$\lim_{t\to\infty} v(t) = \frac{75}{68}$$

$$v_{lim} = \frac{75}{68}\ m.s^{-1}$$

Q6.

$$\eta = \frac{(m - \rho_{huile} \times V)g}{6\pi R v_{lim}}$$

$$\eta = \frac{(20,1 \times 10^{-3} - 8,40 \times 10^{2} \times 5,6 \times 10^{-6}) \times 9,8}{6\pi \times 1,1 \times 10^{-2} \times 1,1}$$

$$\eta = 0,66\ kg.m^{-1}.s^{-1}$$

La valeur trouvée est identique à celle fournie par le fabricant.