

Exercice 3

$$1) * w_c = \frac{1}{R \times C}$$

$$R = 10^6 \Omega \text{ et } C = 10^{-6} \text{ F}$$

$$w_c = \frac{1}{10^6 \times 10^{-6}} = \frac{1}{1}$$

$$w_c = 1 \text{ rad.s}^{-1}$$

$$* Hw_c = \frac{1}{1 + R \times C \times w_c i}$$

$$Hw_c = \frac{1}{1 + 10^6 \times 10^{-6} \times 1 i} = \frac{1}{1 + i}$$

On multiplie par le complexe conjugué du dénominateur.

$$Hw_c = \frac{1}{1 + i} \times \frac{1 - i}{1 - i}$$

$$Hw_c = \frac{1 - i}{1 - i^2}$$

$$\text{mais } i^2 = -1$$

$$\text{donc } Hw_c = \frac{1 - i}{1 - (-1)}$$

$$Hw_c = \frac{1 - i}{2} = \boxed{\frac{1}{2} - \frac{1}{2} i = Hw_c}$$

2) Pour mettre  $H_c$  sous la forme exponentielle, <sup>2/5</sup>  
il faut calculer son module et son argument.

$$H_{w_c} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$$

$$* |H_{w_c}| = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{4}}$$

$$|H_{w_c}| = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$$

car il ne faut  
pas de racine  
au dénominateur.

$$\boxed{|H_{w_c}| = \frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$* \cos \theta = \frac{\text{partie réelle}}{\text{module}}$$

$$\cos \theta = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$* \sin \theta = \frac{\text{partie imaginaire}}{\text{module}}$$

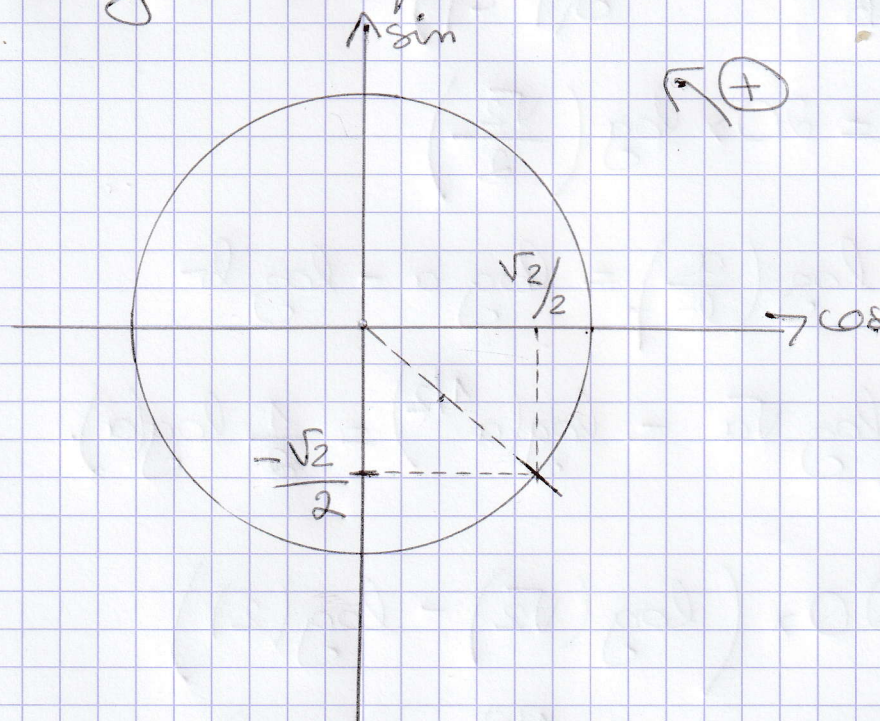
$$\sin \theta = \frac{-\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = -\frac{1}{2} \times \frac{2}{\sqrt{2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{donc on a } \begin{cases} \cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin \theta = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

Exercice 3

2)

→ 1<sup>ère</sup> méthode pour trouver  $\theta$  avec le cercle trigonométrique.



$$\cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin \theta = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin \theta = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{\theta = -\frac{\pi}{4}}$$

On trace le cercle trigonométrique et les axes et pour  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ , on trace la diagonale des carreaux.

→ 2<sup>ème</sup> méthode : à la calculatrice en mode rad :

$$\cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{\pi}{4} \quad \text{et} \quad \sin^{-1}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -\frac{\pi}{4}$$

C'est le sin qui l'emporte donc  $\boxed{\theta = -\frac{\pi}{4}}$

donc 
$$H_{wc} = \frac{\sqrt{2}}{2} \times e^{-\frac{i\pi}{4}}$$

car  $H_{wc} = |H_c| \times e^{i\theta}$  sous forme exponentielle

3) 
$$G_{dB} = 20 \times \log(|H_c|)$$

$$G_{dB} = 20 \times \log\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

Rapports :

$$\begin{cases} \log\left(\frac{a}{b}\right) = \log a - \log b \\ \log \sqrt{a} = \log(a^{1/2}) = \frac{1}{2} \log(a) \end{cases}$$

$$G_{dB} = 20 \times (\log(\sqrt{2}) - \log(2))$$

$$G_{dB} = 20 \times (\log(2^{1/2}) - \log(2))$$

$$G_{dB} = 20 \times \left(\frac{1}{2} \log(2) - \log(2)\right)$$

$$G_{dB} = 20 \times \frac{1}{2} \times \log(2) - 20 \log(2)$$

$$G_{dB} = 10 \log(2) - 20 \log(2)$$

$$G_{dB} = -10 \log(2)$$

Exercice 3

$$4) H_T(\omega_c) = H(\omega_c) \times H(\omega_c)$$

On a vu à la question 2 que

$$H(\omega_c) = \frac{\sqrt{2}}{2} e^{-i \times \frac{\pi}{4}}$$

$$\text{donc } H_T(\omega_c) = \left( H(\omega_c) \right)^2$$

$$H_T(\omega_c) = \left( \frac{\sqrt{2}}{2} e^{-i \frac{\pi}{4}} \right)^2 = \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 \times \left( e^{-i \frac{\pi}{4}} \right)^2$$

$$* \left| H_T(\omega_c) \right| = \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 = \boxed{\frac{1}{2} = \left| H_T(\omega_c) \right|}$$

$$* \text{un argument de } H_T(\omega_c) = 2 \times \left( -\frac{\pi}{4} \right) = -\frac{\pi}{2}$$

$$\boxed{\text{un argument de } H_T(\omega_c) \text{ est } -\frac{\pi}{2}}$$