

EXERCICE 1 (4 points)

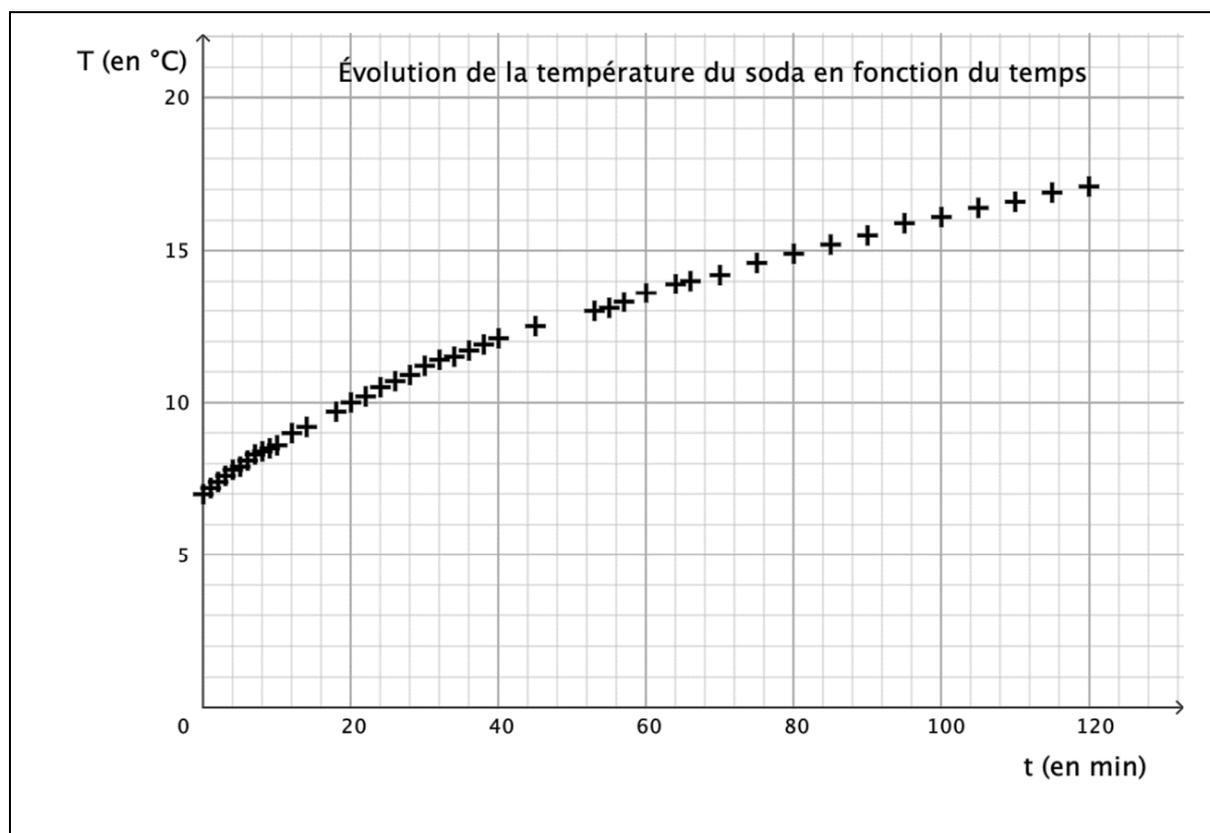
Physique-Chimie et Mathématiques

Étude de l'évolution de la température d'un soda

On verse, dans une tasse en porcelaine, du soda tout juste sorti du réfrigérateur. La tasse est ensuite posée sur une table. La température de l'air ambiant est supposée constante et égale à 21 °C.

On mesure la température du soda à différents instants et on trace, en utilisant les données obtenues, le graphique ci-dessous.

Document n°1 – Évolution de la température du soda en fonction du temps.



1. Rappeler les trois modes de transfert thermique. Citer un exemple pour chacun d'eux.

On admet que la fonction f qui modélise l'évolution de la température (en degré Celsius) du contenu de la tasse en fonction du temps t écoulé (en minute) depuis la première mesure vérifie l'équation différentielle :

$$y' = -\frac{1}{90}y + \frac{7}{30}$$

2. Sachant que $f(0) = 7$, démontrer que, pour tout réel t positif ou nul :

$$f(t) = -14e^{-\frac{1}{90}t} + 21$$

3. Calculer $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t)$. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'expérience.
4. Déterminer, à partir de ce modèle, la valeur du temps t pour lequel la boisson atteint la température de 20 °C. Arrondir le résultat (en minute) à l'unité.

On renouvelle l'expérience en remplaçant la tasse en porcelaine par un gobelet en acier de mêmes dimensions.

Données :

- *conductivité thermique de la porcelaine* : $1,0 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$;
 - *conductivité thermique de l'acier* : $45,6 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.
5. Identifier, parmi les courbes C_1 et C_2 figurant ci-dessous, celle qui représente l'évolution, en fonction du temps, de la température du soda versé dans un gobelet en acier. Expliciter le raisonnement utilisé.

Document n°2 – Influence des conductivités thermiques des matériaux sur l'évolution de la température d'un soda en fonction du temps.

