Métropole Septembre 2024 Sujet 2 CORRECTION Yohan Atlan © https://www.vecteurbac.fr/	
CLASSE : Terminale **VOIE :** ☒ Générale **DURÉE DE L'EXERCICE :** 1h56	**EXERCICE 1** : 11 points **ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ :** PHYSIQUE-CHIMIE **CALCULATRICE AUTORISÉE :** ☒Oui « type collège »

EXERCICE 1 - Vol en montgolfière

1. L'envol de la montgolfière

Q1.

D'après les données : « l'air, assimilé à un gaz parfait, est composé, en quantité de matière, de 80 % de diazote N_2 et de 20 %de dioxygène O_2 ; »

$$M_{air} = \frac{80}{100} \times M_{N_2} + \frac{20}{100} \times M_{O_2}$$
$$M_{air} = \frac{80}{100} \times 2 \times M_N + \frac{20}{100} \times 2 \times M_O$$
$$M_{air} = \frac{80}{100} \times 2 \times 14 \times 10^{-3} + \frac{20}{100} \times 2 \times 16 \times 10^{-3}$$
$$M_{air} = 2{,}9 \times 10^{-2}\ Kg \cdot mol^{-1}$$
$$M_{air} = 29 \times 10^{-3}\ Kg \cdot mol^{-1}$$

Ainsi, la valeur de la masse molaire Mair de l'air est voisine de 29×10^{-3} $kg\cdot mol^{-1}$.

Q2.

$$p_{int} \times V = n_{int} \times R \times T_{int}$$

Or

$$n_{int} = \frac{m_{int}}{M_{air}}$$

D'ou

$$p_{int} \times V = \frac{m_{int}}{M_{air}} \times R \times T_{int}$$
$$\frac{m_{int}}{M_{air}} \times R \times T_{int} = p_{int} \times V$$
$$m_{int} = \frac{p_{int} \times V \times M_{air}}{R \times T_{int}}$$

Q3.

Poids total du système {montgolfière + air intérieur} :

$$P_{total} = m_{total} \times g$$

Or

$$m_{total} = m_{int} + m_{ens}$$

D'ou

$$P_{total} = (m_{int} + m_{ens}) \times g$$

Q4.

$$\pi_A = \rho_{ext} \times V \times g$$
$$\pi_A = 1{,}2 \times 2{,}5 \times 10^3 \times 9{,}81$$
$$\pi_A = 2{,}9 \times 10^4\ N$$

Q5.
Pour que la montgolfière puisse décoller il faut que la poussée d'Archimède soit supérieure au poids :
$\pi_A \geq P$

Or (D'après la question **Q3.)**
$P = (m_{int} + m_{ens}) \times g$

D'ou
$\pi_A \geq (m_{int} + m_{ens}) \times g$

Or (D'après la question **Q2.)**
$$m_{int} = \frac{p_{int} \times V \times M_{air}}{R \times T_{int}}$$

D'ou
$$\pi_A \geq \left(\frac{p_{int} \times V \times M_{air}}{R \times T_{int}} + m_{ens}\right) \times g$$
$$\frac{\pi_A}{g} \geq \left(\frac{p_{int} \times V \times M_{air}}{R \times T_{int}} + m_{ens}\right)$$
$$\frac{\pi_A}{g} - m_{ens} \geq \frac{p_{int} \times V \times M_{air}}{R \times T_{int}}$$
$$\left(\frac{\pi_A}{g} - m_{ens}\right) \times T_{int} \geq \frac{p_{int} \times V \times M_{air}}{R}$$
$$T_{int} \geq \frac{p_{int} \times V \times M_{air}}{R \times \left(\frac{\pi_A}{g} - m_{ens}\right)}$$

Ainsi, la valeur de la température minimale T_{min} de l'air à l'intérieur de l'enveloppe pour que la montgolfière puisse décoller est :
$$T_{min} = \frac{p_{int} \times V \times M_{air}}{R \times \left(\frac{\pi_A}{g} - m_{ens}\right)}$$

$$T_{min} = \frac{1{,}0 \times 10^5 \times 2{,}5 \times 10^3 \times 29 \times 10^{-3}}{8{,}31 \times \left(\frac{2{,}9 \times 10^4}{9{,}81} - 500\right)}$$
$$T_{min} = 355\ \text{K}$$
$$T_{min} = 355 - 273$$
$$T_{min} = 82\ °\text{C}$$

Q6.
Système {montgolfière + air intérieur}
Référentiel terrestre supposé galiléen

D'après la deuxième loi de newton :
$$\Sigma\overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a}$$
$$\vec{P} + \overrightarrow{\pi_A} = m\vec{a}$$
$$m\vec{a} = \vec{P} + \overrightarrow{\pi_A}$$
$$\vec{a} = \frac{\vec{P} + \overrightarrow{\pi_A}}{m}$$

Projetons sur l'axe z :

$$a_z = \frac{-P + \pi_A}{m}$$

$$a_z = \frac{-m \times g + \pi_A}{m}$$

$$a_z = \frac{-2{,}8 \times 10^3 \times 9{,}81 + 2{,}9 \times 10^4}{2{,}8 \times 10^3}$$

$$a_z = 0{,}55 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

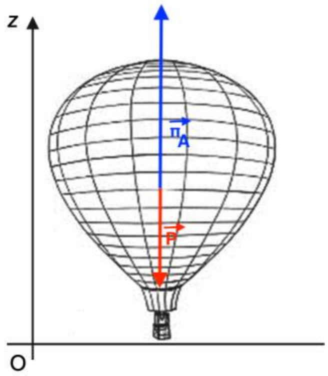

Figure 1. Schéma de la montgolfière à la date $t = 0$

$$a = \sqrt{{a_z}^2}$$

$$a = \sqrt{0{,}55^{\,2}}$$

$$a = 0{,}55 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$a_z = \frac{dv_{z(t)}}{dt}$$

On intègre l'accélération :

$$v_{z(t)} = 0{,}55 \times t + C_1$$

Pour trouver les constantes, on utilise la vitesse initiale. Or, d'après le sujet, un dispositif permet de lâcher sans vitesse initiale et simultanément la boule de bowling et la plume : $v_{0z} = 0$

d'ou

$$v_{z(t)} = 0{,}55 \times t$$

Calculons la valeur de sa vitesse au bout de 10 s puis au bout de 1 minute d'ascension :

$$v_{z(t=10s)} = 0{,}55 \times 10$$

$$v_{z(t=10s)} = 5{,}5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$v_{z(t=1\text{ min})} = 0{,}55 \times 1 \times 60$$

$$v_{z(t=1\text{ min})} = 33 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Q7.

$$v_{z(t=10s)} = 5{,}5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 5{,}5 \times 3{,}6 = 20 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$$

$$v_{z(t=1\text{ min})} = 33 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 33 \times 3{,}6 = 119 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$$

Les vitesses trouvées sont bien trop importantes pour une montgolfière.

Le modèle ne prend en compte que de la poussée d'Archimède et du poids pour étudier le mouvement du ballon. Il faut prendre en compte les forces de frottements.

2. Une enveloppe de montgolfière plus performante

Q8.

Un transfert thermique se fait du corps chaud vers le corps froid.

θ_{int} = 106 °C est supérieure à θ_{ext} = 21 °C : le sens du flux thermique à travers l'enveloppe simple couche du ballon se fait de l'intérieure vers l'extérieur.

Q9.

$$\Phi_1 = \frac{\theta_{int} - \theta_{ext}}{R_{th,1}}$$

$$\Phi_1 = \frac{106 - 21}{3{,}0 \times 10^{-4}}$$

$$\Phi_1 = 2{,}8 \times 10^5 \text{ W}$$

Q10.

$$\frac{\Phi_1}{\Phi_2} = \frac{2,8 \times 10^5}{165 \times 10^3}$$

$$\frac{\Phi_1}{\Phi_2} = 1,7$$

Le flux thermique ϕ_1 à travers une enveloppe simple couche est 1,7 fois plus grand que le flux thermique ϕ_2 à travers l'enveloppe à double paroi.

Le transfert thermique à travers l'enveloppe à double paroi est limité. La consommation de carburant est ainsi réduite.

3. Une gourde en aluminium à bord de la montgolfière

Q11.

$$\phi = \frac{\Delta U}{\Delta t}$$

$$\frac{\Delta U}{\Delta t} = \phi$$

Or $\phi = h \cdot S \cdot (\theta_{ext} - \theta(t))$

$$\frac{\Delta U}{\Delta t} = h \cdot S \cdot (\theta_{ext} - \theta(t))$$

Or

$$\Delta U = C \times \Delta\theta$$

$$\Delta U = C \times (\theta(t + \Delta t) - \theta(t))$$

$$\frac{C \times (\theta(t + \Delta t) - \theta(t))}{\Delta t} = h \cdot S \cdot (\theta_{ext} - \theta(t))$$

Ainsi, la température du système vérifie la relation :

$$\theta(t + \Delta t) - \theta(t) = \frac{h \cdot S \cdot (\theta_{ext} - \theta(t)) \cdot \Delta t}{C}$$

Q12.

$$\theta(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + B$$

Si on attend suffisamment longtemps (lorsque le temps tend vers l'infini), la température tend vers la valeur de la température extérieure ($\theta(t \to \infty) = \theta_{ext}$):

$$\theta(t \to \infty) = Ae^{-\frac{\infty}{\tau}} + B$$

$$\theta(t \to \infty) = A \times 0 + B$$

$$\theta(t \to \infty) = B$$

Or

$$\theta(t \to \infty) = \theta_{ext}$$

Ainsi

$$B = \theta_{ext}$$

$$B = 21°C$$

Initialement (lorsque le temps est nul), la température à pour la valeur de la température initiale ($\theta(t = 0) = \theta_0$):

$\theta(t = 0) = Ae^{-\frac{0}{\tau}} + B$
$\theta(t = 0) = A \times 1 + B$
$\theta(t = 0) = A + B$

Or
$\theta(t = 0) = \theta_0$

D'ou
$A + B = \theta_0$
$A = \theta_0 - B$

Or $B = \theta_{ext}$

Ainsi
$A = \theta_0 - \theta_{ext}$
$A = 48 - 21$
$A = 27\ °C$
Ainsi :

$\theta(t) = 27e^{-\frac{t}{\tau}} + 21$

C'est en accord avec la Modélisation numérique :
$\theta(t) = 27 \times e^{(-0{,}000196 \times t)} + 21$

Q13.

$\theta(t) = 27 \times e^{-\frac{t}{\tau}} + 21$
et
$\theta(t) = 27 \times e^{(-0{,}000196 \times t)} + 21$

Par identification :

$-\frac{t}{\tau} = -0{,}000196 \times t$

$\frac{\cancel{t}}{\tau} = 0{,}000196 \times \cancel{t}$

$\frac{1}{\tau} = 0{,}000196$

$1 = 0{,}000196 \times \tau$

$0{,}000196 \times \tau = 1$

$\tau = \frac{1}{0{,}000196}$

$\tau = 5{,}1 \times 10^3\ s$

Q14.

$$\tau = \frac{C}{h \cdot S}$$

$$\tau \times h = \frac{C}{S}$$

$$h = \frac{C}{\tau \times S}$$

$$h = \frac{2{,}1 \times 10^3}{5{,}1 \times 10^3 \times 0{,}042}$$

$$h = 9{,}8\ \mathrm{W \cdot K^{-1} \cdot m^{-2}}$$

$5\ \mathrm{W{\cdot}K^{-1}{\cdot}m^{-2}} < h < 10\ \mathrm{W{\cdot}K^{-1}{\cdot}m^{-2}}$: les valeurs données dans le tableau nous indique que le coefficient d'échange thermique surfacique correspond à des conditions environnementales sans courant d'air.

Conditions environnementales	Coefficient d'échange thermique surfacique entre l'air et une paroi solide en $\mathrm{W{\cdot}K^{-1}{\cdot}m^{-2}}$.
Sans courant d'air	$\boxed{\text{de 5 à 10}}$
Avec courant d'air	de 10 à 500

D'après le cours de P.-Y. Lagrée, Coefficient d'échange, Ailettes