CLASSE : Terminale	**EXERCICE 2 :** 5 points
VOIE : ☒ Générale	**ENSEIGNEMENT : physique-chimie**
DURÉE DE L'ÉPREUVE : 0h53	**CALCULATRICE AUTORISÉE :** ☒Oui sans mémoire, « type collège »

EXERCICE 2 : La protonthérapie sauve la vue

Mouvement du proton dans la zone A de O à M1.

Q1.

Système {proton}

Référentiel terrestre supposé galiléen

D'après la deuxième loi de newton :

$\Sigma\overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a}$

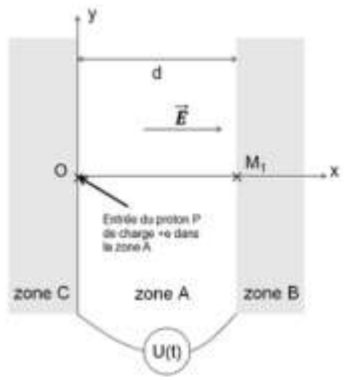
$\overrightarrow{F_e} = m\vec{a}$

$q\vec{E} = m\vec{a}$

$e\vec{E} = m\vec{a}$

$m\vec{a} = e\vec{E}$

$\vec{a} = \frac{e}{m}\vec{E}$



Caractéristiques du vecteur accélération :

- Direction. Même direction que $\vec{E}$: horizontale (selon l'axe Ox)
- Sens. Même sens que $\vec{E}$: vers la droite (sens de l'axe Ox)
- Valeur :

$a = \frac{e}{m}E$

Or

$E = \frac{|U|}{d}$

$a = \frac{e}{m} \times \frac{|U|}{d}$

$a = \frac{1,6 \times 10^{-19}}{1,67 \times 10^{-27}} \times \frac{50 \times 10^{3}}{1,0 \times 10^{-2}}$

$a = 4,8 \times 10^{14}\ m.s^{-2}$

Nature du mouvement du proton dans la zone A : le proton a un mouvement rectiligne accéléré dans la zone A.

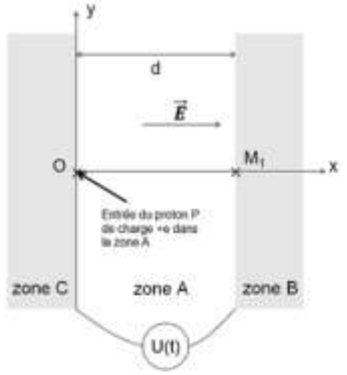
Q2.

$\vec{a} = \frac{e}{m}\vec{E}$

Or

$\vec{E}\begin{vmatrix} E \\ 0 \end{vmatrix}$

D'ou



$$\vec{a}\begin{vmatrix} a_{x(t)} = \frac{e}{m} \times E \\ a_{y(t)} = \frac{e}{m} \times 0 \end{vmatrix}$$

$$\vec{a}\begin{vmatrix} a_{x(t)} = \frac{e}{m} \times E \\ a_{y(t)} = 0 \end{vmatrix}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

On intègre le système d'équation précédent :

$$\vec{v}\begin{vmatrix} v_{x(t)} = \frac{e}{m} \times E \times t + C_1 \\ v_{y(t)} = C_2 \end{vmatrix}$$

Pour trouver les constantes, on utilise $\vec{v}_0$ (À t= 0, un proton entre dans la zone A, en O, sans vitesse initiale.)

$$\vec{v}_0 \begin{vmatrix} v_{0x} = 0 \\ v_{0z} = 0 \end{vmatrix}$$

d'ou

$$\vec{v}\begin{vmatrix} v_{x(t)} = \frac{e}{m} \times E \times t \\ v_{y(t)} = 0 \end{vmatrix}$$

Ainsi : $v_{x(t)} = \frac{e}{m} \times E \times t$

Méthode 1 (un peu longue) :

$$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$$

On intègre le système d'équation précédent :

$$\overrightarrow{OG}\begin{vmatrix} x(t) = \frac{1}{2} \times \frac{e}{m} \times E \times t^2 \ + C_3 \\ y(t) = C_4 \end{vmatrix}$$

Pour trouver les constantes, on utilise $\overrightarrow{OG}_0$ (À t= 0, un proton entre dans la zone A, en O.)

$$\overrightarrow{OG}_0 \begin{vmatrix} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{vmatrix}$$

d'ou

$$\overrightarrow{OG}\begin{vmatrix} x(t) = \frac{1}{2} \times \frac{e}{m} \times E \times t^2 \\ y(t) = 0 \end{vmatrix}$$

Isolons t :

$$x(t) = \frac{1}{2} \times \frac{e}{m} \times E \times t^2$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{e}{m} \times E \times t^2 = x(t)$$

$$t^2 = \frac{2 \times m \times x(t)}{e \times E}$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \times m \times x(t)}{e \times E}}$$

Remplaçons t dans v_x :

$$v_{x(t)} = \frac{e}{m} \times E \times t$$

$$v_{x(t)} = \frac{e}{m} \times E \times \sqrt{\frac{2 \times m \times x(t)}{e \times E}}$$

$$v_{x(t)} = \sqrt{\frac{e^2}{m^2} \times E^2 \times \frac{2 \times m \times x(t)}{e \times E}}$$

$$v_{x(t)} = \sqrt{\frac{e}{m} \times E \times 2 \times x(t)}$$

Or

$$E = \frac{|U|}{d}$$

$$v_{x(t)} = \sqrt{\frac{e}{m} \times \frac{|U|}{d} \times 2 \times x(t)}$$

Au point M_1, $x_1=d$

$$v_{x1} = v_{x(t_1)} = \sqrt{\frac{e}{m} \times \frac{|U|}{d} \times 2 \times d}$$

$$v_{x1} = v_{x(t_1)} = \sqrt{\frac{e}{m} \times |U| \times 2}$$

$$v_{x1} = v_{x(t_1)} = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$$

Méthode 2 (plus rapide) :

Théorème de l'énergie cinétique : La variation d'énergie cinétique entre deux points O et M_1 est égale à la somme des travaux des forces :

$$\Delta E_C = \Sigma W_{AB}(\vec{F})$$

$$E_{C\,\text{finale}} - E_{C\,\text{initiale}} = W_{AB}(\vec{F})$$

$$E_C(M_1) - E_C(0) = \vec{F}.\overrightarrow{OM_1}$$

$$\frac{1}{2} \times m \times v_1^2 - \frac{1}{2} \times m \times v_0^2 = q \times \vec{E}.\overrightarrow{OM_1}$$

À t= 0, un proton entre dans la zone A, en O, sans vitesse initiale.

$$\frac{1}{2} \times m \times v_1^2 - 0 = e \times \vec{E}.\overrightarrow{OM_1}$$

$$\frac{1}{2} \times m \times v_1^2 = e \times E \times OM_1 \times \cos(\alpha)$$

$$\frac{1}{2} \times m \times v_1^2 = e \times E \times OM_1 \times \cos(0)$$

$$\frac{1}{2} \times m \times v_1^2 = e \times E \times OM_1 \times 1$$

$$\frac{1}{2} \times m \times v_1^2 = e \times \frac{U}{d} \times OM_1$$

Or $OM_1 = d$

$$\frac{1}{2} \times m \times v_1^2 = e \times U$$

$$v_1^2 = \frac{2 \times e \times U}{m}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2 \times e \times U}{m}}$$

Q3.

$$v_1 = \sqrt{\frac{2 \times e \times U}{m}}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2 \times 1{,}6 \times 10^{-19} \times 50 \times 10^3}{1{,}67 \times 10^{-27}}}$$

$$v_1 = 3{,}1 \times 10^6 \ \mathrm{m.s^{-1}}$$

$$\vec{v} \left| \begin{array}{l} v_{x(t)} = \frac{e}{m} \times E \times t \\ v_{y(t)} = 0 \end{array} \right.$$

Caractéristiques du vecteur vitesse $\vec{v}_1$:

- Direction : horizontale (selon l'axe Ox)
- Sens : vers la droite (sens de l'axe Ox)
- Valeur : $v_1 = 3{,}1 \times 10^6 \ \mathrm{m.s^{-1}}$

Q4.

D'après l'énoncé : le proton est soumis à une force magnétique Fm ainsi qu'à son poids.

Système {proton}
Référentiel terrestre supposé galiléen
D'après la deuxième loi de newton :

$\Sigma\overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a}$
$\overrightarrow{F_m} + \vec{P} = m\vec{a}$

Or d'après les données : nn néglige le poids du proton devant la force magnétique.

$\overrightarrow{F_m} = m\vec{a}$

$m\vec{a} = \overrightarrow{F_m}$

$\vec{a} = \frac{\overrightarrow{F_m}}{m}$

Or d'après les données :

$\overrightarrow{F_m} = (e \times v \times B) \times \vec{n}$

$\vec{a} = \frac{(e \times v \times B) \times \vec{n}}{m}$

$\vec{a} = \frac{(e \times v \times B)}{m} \times \vec{n}$

Caractéristiques du vecteur accélération :

- Direction. Même direction que $\vec{n}$: radiale
- Sens. Même sens que $\vec{n}$: centripète

Q5.

D'après les données :

$\vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{t} + \frac{v^2}{R}\vec{n}$

Or, d'après la question précédente Q4 :

$\vec{a} = \frac{(e \times v \times B)}{m} \times \vec{n}$

L'accélération étant unique, par identification :

$\frac{v^2}{R} = \frac{(e \times v \times B)}{m}$

$\frac{v}{R} = \frac{e \times B}{m}$

$v = \frac{e \times R \times B}{m}$

Dans notre cas $R=R_1$:

$v = \frac{e \times R_1 \times B}{m}$

Q6.

$v = \frac{e \times R_1 \times B}{m}$

$v = \frac{1,6 \times 10^{-19} \times 1,9 \times 10^{-2} \times 1,7}{1,67 \times 10^{-27}}$

$v = 3,1 \times 10^6 \text{ m.s}^{-1}$

D'après les données :

$\vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{t} + \frac{v^2}{R}\vec{n}$

Or, d'après la question précédente Q4 :

$$\vec{a} = \frac{(e \times v \times B)}{m} \times \vec{n}$$

L'accélération étant unique, par identification :

$$\frac{dv}{dt} = 0$$

Ainsi, la valeur de la vitesse v est constante, c'est pourquoi on retrouve la valeur v_1 de la question Q3.

Retour du proton dans la zone A puis entrée dans la zone C.

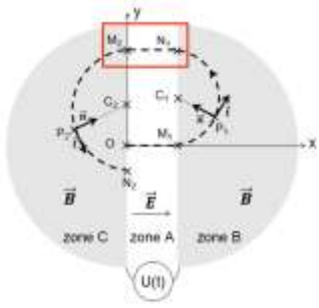


Figure 4. Trajectoire du proton pour un tour dans le cyclotron.

Q7.

$$a = \frac{dv}{dt}$$

- Entre les points N_1 et M_2 : retour dans la zone A, la valeur du vecteur accélération sera notée a_A ;

$$a_A = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$a_A = \frac{v_{M_2} - v_{N_1}}{t_{M_2} - t_{N_1}}$$

$$a_A = \frac{4{,}4 \times 10^6 - 3{,}1 \times 10^6}{2{,}9 \times 10^{-8} - 2{,}65 \times 10^{-8}}$$

$$a_A = 5{,}2 \times 10^{14}\ m.s^{-2}$$

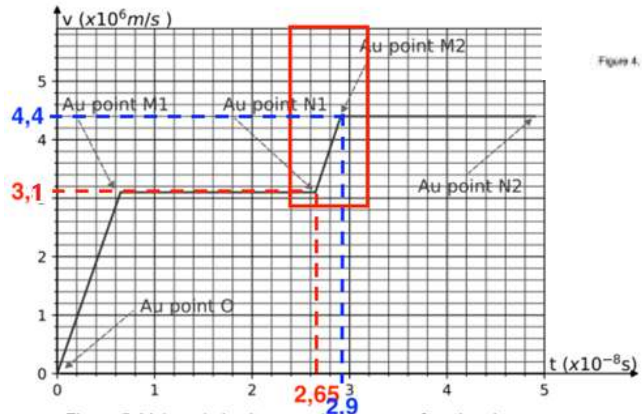
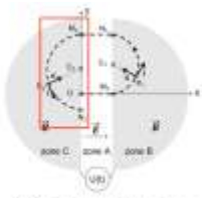


Figure 5. Valeur de la vitesse v du proton en fonction du temps.

- Entre les points M_2 et N_2 : passage dans la zone C, la valeur du vecteur accélération sera notée a_C.

La vitesse est constante : $v_{N_2} = v_{M_2} = 4{,}4 \times 10^6\ m.s^{-1}$. Le mouvement est uniforme.



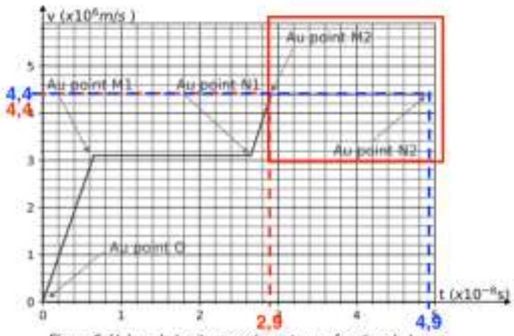


Figure 5. Valeur de la vitesse v du proton en fonction du temps.

De plus, le mouvement est circulaire.

Pour un mouvement circulaire uniforme, l'accélération est de la forme :

$$a_C = \frac{v^2}{R_2}$$

$$a_C = \frac{(4{,}4 \times 10^6)^2}{3{,}9 \times 10^{-2}}$$

$$a_C = 5{,}0 \times 10^{14}\ m.s^{-2}$$