CLASSE : Terminale	**EXERCICE 3** : 6 points
VOIE : ☒ Générale	**ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ :** PHYSIQUE-CHIMIE
DURÉE DE L'EXERCICE : 1h03	**CALCULATRICE AUTORISÉE :** ☒Oui « type collège »

EXERCICE 3 Raven Saunders, la lanceuse de poids américain

Q.1.
Calculons la valeur de la force de frottements :

$$f = \frac{1}{2} \times \rho \times C_X \times S \times v^2$$
$$f = \frac{1}{2} \times 1{,}29 \times 0{,}51 \times 7{,}62 \times 10^{-3} \times 14^2$$
$$f = 0{,}49\ N$$

Calculons la valeur du poids de la sphère métallique :

$$P = m \times g$$
$$P = 4{,}00 \times 9{,}81$$
$$P = 39{,}2\ N$$

Comparons la valeur de la force de frottements et la valeur du poids de la sphère métallique :

$$\frac{P}{f} = \frac{39{,}2}{0{,}49}$$
$$\frac{P}{f} = 80$$

La valeur du poids est 80 fois plus grande que celle de la force de frottements.
Ainsi, la valeur de la force de frottements f est très petite devant la valeur du poids P agissant sur la sphère métallique.

Q.2.
Système { phère métallique}
Référentiel terrestre supposé galiléen

D'après la deuxième loi de newton :

$$\Sigma\overrightarrow{\mathrm{F}_{\mathrm{ext}}} = \mathrm{m}\vec{\mathrm{a}}$$
$$\vec{\mathrm{P}} = \mathrm{m}\vec{\mathrm{a}}$$
$$\mathrm{m}\vec{\mathrm{g}} = \mathrm{m}\vec{\mathrm{a}}$$
$$\vec{\mathrm{g}} = \vec{\mathrm{a}}$$

Or

$$\vec{\mathrm{g}} \left| \begin{array}{l} 0 \\ -\mathrm{g} \end{array} \right.$$

Le vecteur accélération du centre d'inertie du solide est égal au vecteur champ de pesanteur.

$$\boxed{\vec{\mathrm{a}} \left| \begin{array}{l} \mathrm{a}_{\mathrm{x(t)}} = 0 \\ \mathrm{a}_{\mathrm{z(t)}} = -\mathrm{g} \end{array} \right.}$$

Or

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

On intègre le système d'équation précédent :

$$\vec{v}\left|\begin{array}{l} v_{x(t)} = C_1 \\ v_{z(t)} = -gt + C_2 \end{array}\right.$$

Pour trouver les constantes, on utilise $\vec{v}_0$

$$\vec{v}_0\left|\begin{array}{l} v_{0x} = v_0 \cos\alpha \\ v_{0z} = v_0 \sin\alpha \end{array}\right.$$

D'ou

$$\vec{v}\left|\begin{array}{l} v_{x(t)} = v_0 \cos\alpha \\ v_{z(t)} = -gt + v_0 \sin\alpha \end{array}\right.$$

Or

$$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$$

On intègre le système d'équation précédent :

$$\overrightarrow{OG}\left|\begin{array}{l} x(t) = v_0 \cos(\alpha) \times t + C_3 \\ z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin(\alpha) \times t + C_4 \end{array}\right.$$

Pour trouver les constantes, on utilise $\overrightarrow{OG}_0$

$$\overrightarrow{OG}_0\left|\begin{array}{l} x_0 = 0 \\ z_0 = h \end{array}\right.$$

d'ou

$$\overrightarrow{OG}\left|\begin{array}{l} x(t) = v_0 \cos(\alpha) \times t \\ z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin(\alpha) \times t + h \end{array}\right.$$

Q.3.

$$x = v_0 \cos(\alpha) \times t$$

$$v_0 \cos(\alpha) \times t = x$$

$$t = \frac{x}{v_0 \cos(\alpha)}$$

$$z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin(\alpha) \times t + h$$

$$z(x) = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0 \cos(\alpha)}\right)^2 + v_0 \sin(\alpha) \times \frac{x}{v_0 \cos(\alpha)} + h$$

$$z(x) = -\frac{1}{2}g\frac{x^2}{v_0^2 \cos^2(\alpha)} + x \times \tan(\alpha) + h$$

Q.4.

$D = BO + x_M$

$BO + x_M = D$

$x_M = D - BO$

$x_M = 18{,}62 - 0{,}30$

$x_M = 18{,}32\ m$

L'abscisse X_M du point de chute M vaut X_M = 18,32 m.

Q.5.

$x_M = v_0 \cos(\alpha) \times t_M$

$v_0 \cos(\alpha) \times t_M = x_M$

$$t_M = \frac{x_M}{v_0 \cos(\alpha)}$$

$$t_M = \frac{18{,}32}{12{,}8 \times \cos(45)}$$

$t_M = 2{,}0\ \mathrm{s}$

Q.6.

$$\vec{v}\ \left| \begin{array}{l} v_{x(t)} = v_0 \cos\alpha \\ v_{z(t)} = -gt + v_0 \sin\alpha \end{array} \right.$$

$$\vec{v}_M\ \left| \begin{array}{l} v_{x(t_M)} = v_0 \cos\alpha \\ v_{z(t_M)} = -gt_M + v_0 \sin\alpha \end{array} \right.$$

$$\vec{v}_M\ \left| \begin{array}{l} v_{x(t_M)} = 12{,}8 \times \cos(45) = 9{,}1 \\ v_{z(t_M)} = -9{,}81 \times 2{,}0 + 12{,}8 \times \sin(45) = -11 \end{array} \right.$$

$$v_M = \sqrt{\left(v_{x(t_M)}\right)^2 + \left(v_{z(t_M)}\right)^2}$$

$$v_M = \sqrt{(9{,}1)^2 + (-11)^2}$$

$v_M = 14\ m.s^{-1}$

Q.7.

$E_m = E_c + E_{pp}$

$$E_m = \frac{1}{2} \times m \times v^2 + m \times g \times z$$

A la date t=0s :

$$E_m(0) = \frac{1}{2} \times m \times v_0^2 + m \times g \times z_0$$

$$E_m(0) = \frac{1}{2} \times m \times v_0^2 + m \times g \times h$$

Q.8.

D’après le sujet, le système n’est soumis qu’a son poids. Ainsi l’énergie mécanique se conserve :

$E_m(M) = E_m(0)$

$$\frac{1}{2} \times m \times v_M^2 + m \times g \times z_M = \frac{1}{2} \times m \times v_0^2 + m \times g \times h$$

$$\frac{1}{2} \times m \times v_M^2 + m \times g \times 0 = \frac{1}{2} \times m \times v_0^2 + m \times g \times h$$

$$\frac{1}{2} \times \cancel{m} \times v_M^2 = \frac{1}{2} \times \cancel{m} \times v_0^2 + \cancel{m} \times g \times h$$
$$\frac{1}{2} \times v_M^2 = \frac{1}{2} \times v_0^2 + g \times h$$
$$\frac{1}{2} \times v_M^2 = \frac{1}{2} \times v_0^2 + g \times h$$
$$\frac{1}{2} \times v_M^2 = \frac{1}{2} \times v_0^2 + g \times h$$
$$v_M^2 = v_0^2 + 2 \times g \times h$$
$$v_M = \sqrt{v_0^2 + 2 \times g \times h}$$
$$v_M = \sqrt{12{,}8^2 + 2 \times 9{,}81 \times 1{,}80}$$
$$v_M = 14 \text{ m.s}^{-1}$$

On retrouve le même résultat qu'a la question Q6.