

EXERCICE 3 - RAVEN SAUNDERS, LA LANCEUSE DE POIDS AMÉRICAINE (6 POINTS)

Raven Saunders, médaillée d'argent du lancer du poids aux Jeux olympiques de Tokyo 2021 s'est qualifiée pour la finale des JO 2024 au stade de France, grâce à un lancer qui fait l'objet de cet exercice.

Le « poids » est une sphère métallique lisse de masse m . Le lanceur se trouve dans une aire de lancement délimitée par un cercle métallique et par un butoir B. La portée du jet D est mesurée du butoir B au point de chute M comme indiqué sur la figure 1.

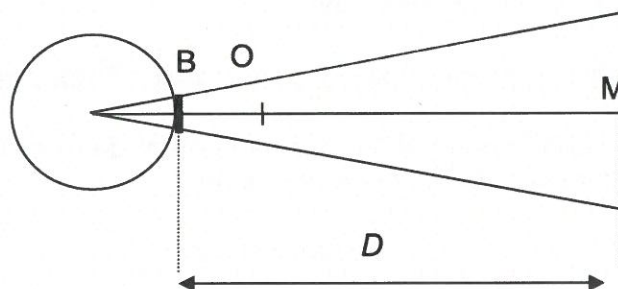


Figure 1. Schéma du secteur de lancer, vue de dessus, sans aucun souci d'échelle.

À l'issue de la phase d'élan, la sphère métallique est abandonnée en A, à la hauteur $OA = h$ au-dessus du sol horizontal, à la distance BO du butoir B, figure 2. Le bras qui lance fait alors un angle α avec l'horizontale ; cet angle α est considéré comme étant celui de la direction du vecteur vitesse initial $\vec{v}_0$ avec l'horizontale.

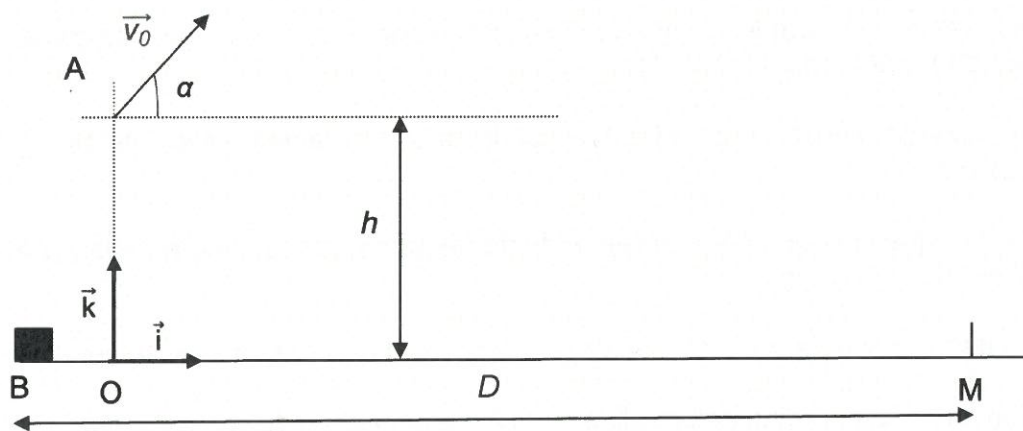


Figure 2. Schéma de la situation de lancer, vue de profil, sans aucun souci d'échelle.

Données :

- masse de la sphère métallique : $m = 4,00 \text{ kg}$;
- portée du jet : $D = 18,62 \text{ m}$;
- hauteur $OA = h = 1,80 \text{ m}$;
- distance $BO = 0,30 \text{ m}$;
- angle entre l'horizontale et le bras de la lanceuse $\alpha = 45,0^\circ$;
- intensité de la pesanteur : $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$;

➤ la valeur de la force de frottements $\vec{f}$ exercée par l'air est donnée par l'expression :

$$f = \frac{1}{2} \rho \cdot C_x \cdot S \cdot v^2 \text{ avec,}$$

S l'aire de la section équatoriale de la sphère : $S = 7,62 \times 10^{-3} \text{ m}^2$;

ρ est la masse volumique de l'air : $\rho = 1,29 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$;

C_x un coefficient caractéristique de la forme de l'objet : $C_x = 0,51$;

v la valeur de la vitesse maximale $v = 14 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Le référentiel d'étude est Galiléen.

Q1. Montrer que la valeur de la force de frottements $\vec{f}$ est très petite devant la valeur du poids $\vec{P}$ agissant sur la sphère métallique.

On négligera la force de frottements $\vec{f}$ par rapport au poids $\vec{P}$ dans la suite du problème.

Q2. Montrer que les équations horaires du mouvement de la sphère métallique dès l'instant où cette dernière est abandonnée en A sont :

$$\overrightarrow{OG} \begin{cases} x(t) = (v_0 \cdot \cos \alpha) \cdot t \\ z(t) = -\frac{1}{2} g \cdot t^2 + (v_0 \cdot \sin \alpha) \cdot t + h \end{cases}$$

Q3. Dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{k})$, montrer que l'expression littérale de l'équation de la trajectoire du centre de masse de la sphère métallique est :

$$z(x) = -\frac{1}{2} g \cdot \frac{x^2}{v_0^2 \cdot \cos^2(\alpha)} + x \cdot \tan \alpha + h$$

Q4. Montrer, en utilisant les données et le schéma de la figure 2, que l'abscisse x_M du point de chute M vaut $x_M = 18,32 \text{ m}$.

Pour la suite de l'exercice, on admettra que la valeur de la vitesse initiale est égale à $v_0 = 12,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Q5. Vérifier que la valeur de la durée t_M du déplacement de la sphère métallique entre A et M est d'environ 2 s.

Q6. En déduire la valeur v_M de la vitesse au moment du contact avec le sol.

Q7. L'origine des énergies potentielles étant fixée au niveau du sol horizontal, exprimer l'énergie mécanique E_m de la sphère métallique au moment du lancer en fonction de sa masse m , de la hauteur h , de l'intensité de la pesanteur g et de la vitesse initiale v_0 .

Q8. En déduire l'expression de la vitesse v_M au point de chute M, à l'aide d'un raisonnement énergétique. Calculer sa valeur et vérifier la cohérence avec le résultat de la question Q6.