

EXERCICE 2 - ÉCOULEMENT DU SANG DANS UNE ARTÈRE (5 POINTS)

Les artères carotidiennes constituent les principales voies de transport du sang vers le cerveau. Une sténose correspond à un rétrécissement ou une obstruction partielle des artères, ce qui peut entraîner des problèmes graves comme des accidents vasculaires cérébraux (AVC) au cours desquels le cerveau est privé du dioxygène nécessaire à son bon fonctionnement.

Le premier objectif de cet exercice est d'évaluer par échographie Doppler la vitesse d'un écoulement de sang au sein d'une artère partiellement obstruée. Dans un second temps, l'objectif est de modéliser l'écoulement et d'évaluer l'importance de l'obstruction.

1. Échographie Doppler.

Un émetteur-récepteur ultrasonore permet d'étudier les vaisseaux sanguins. Les ondes émises sont partiellement réfléchies par les tissus mous environnants, mais également par les globules rouges présents dans l'écoulement de sang.

Lorsque l'écoulement sanguin est visé, un décalage entre la fréquence émise f_E et celle reçue par l'appareil f_R est observé. La différence de fréquence $\Delta f = f_R - f_E$ ou décalage Doppler permet de mesurer la vitesse du flux sanguin et d'obtenir ainsi des informations essentielles pour le diagnostic médical.

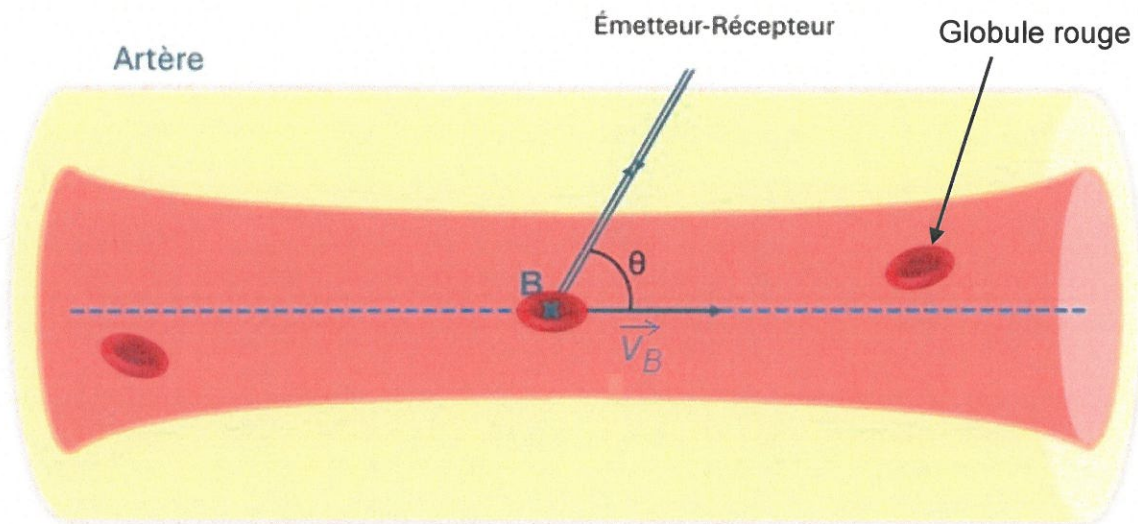


Figure 1. Mesure d'un décalage Doppler dans un écoulement sanguin.

Q1. Expliquer pourquoi on observe un décalage de fréquence lorsqu'un écoulement sanguin est visé.

Q2. À l'aide de vos connaissances, justifier que le décalage doppler Δf est positif dans la situation de la figure 1.

Données :

- fréquence de l'onde émise $f_E = 5,0 \text{ MHz}$ ($1 \text{ MHz} = 10^6 \text{ Hz}$) ;
- célérité de l'onde ultrasonore dans les milieux considérés : $c = 1,5 \times 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$;
- expression du décalage Doppler en fonction de la valeur de la vitesse v de l'écoulement, de la célérité c de l'onde, de la fréquence émise par l'émetteur f_E ainsi que de l'angle θ défini sur la figure 1 :

$$\Delta f = 2f_E \cdot \cos \theta \cdot \frac{v}{c}$$

Après une échographie de la zone sténosée d'une artère, le décalage Doppler mesuré vaut $\Delta f = 7,0 \text{ kHz}$ pour un angle $\theta = 60^\circ$.

Q3. Vérifier que la valeur de la vitesse v_B de l'écoulement au sein de la sténose vaut approximativement $v_B = 2,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

2. Modélisation de l'écoulement du sang dans une artère sténosée.

On représente la situation d'étude dans un cas simple où le fluide traverse d'abord une section S_A puis, au niveau du rétrécissement, une section S_B . On modélisera la situation dans le cadre d'un écoulement de sang incompressible et en régime permanent.

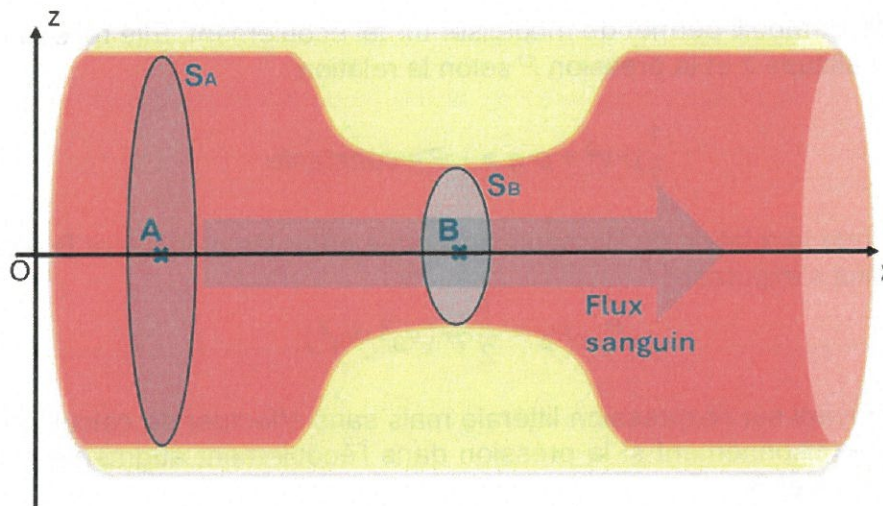


Figure 2. Schéma d'une artère sténosée.

Données :

- le débit volumique D_V est défini en fonction de la vitesse de l'écoulement v et de la section S tel que : $D_V = v \cdot S$;
- section d'une artère carotidienne avant rétrécissement : $S_A = 1,9 \times 10^{-5} \text{ m}^2$;
- débit volumique dans une artère carotidienne : $D_V = 1,1 \times 10^{-5} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$.

Q4. À l'aide des données, calculer la vitesse v_A de l'écoulement au point A.

Les différents stades de rétrécissement peuvent être identifiés en comparant la section de l'artère dans la sténose S_B et en dehors de la sténose S_A comme dans le tableau 1.

Stade de sténose	Rapport d'ouverture $\frac{S_B}{S_A}$	Mesures médicales préconisées
Légère	$\frac{S_B}{S_A} > 0,36$	Contrôles réguliers Alimentation saine et arrêt du tabac Exercice physique
Modérée	$0,16 < \frac{S_B}{S_A} < 0,36$	Sans symptôme : traitement médical Avec symptômes : traitement chirurgical
Sévère	$\frac{S_B}{S_A} < 0,16$	Chirurgie nécessaire Risque élevé d'AVC

Tableau 1. Tableau regroupant les stades de sténose et les mesures indiquées.

Donnée :

➤ vitesse de l'écoulement au sein du rétrécissement : $v_B = 2,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Q5. En considérant le débit volumique D_V conservé entre les points A et B, déterminer à l'aide des données la valeur du rapport $\frac{S_B}{S_A}$ de l'artère au sein de la sténose. Indiquer les mesures médicales préconisées.

La relation de Bernoulli permet de modéliser un tel écoulement. Elle relie la valeur de la vitesse v , l'altitude z et la pression P selon la relation :

$$\frac{1}{2} \rho \cdot v^2 + \rho \cdot g \cdot z + P = \text{constante}$$

Q6. Montrer que la relation de Bernoulli appliquée entre les points A et B représentés en figure 2 peut s'exprimer :

$$P_A - P_B = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (v_B^2 - v_A^2)$$

Q7. En s'appuyant sur l'expression littérale mais sans effectuer de calcul, préciser en justifiant votre raisonnement si la pression dans l'écoulement augmente ou diminue entre les points A et B.

Donnée :

➤ masse volumique du sang humain : $\rho = 1,1 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

Q8. À l'aide des données, calculer la valeur de la différence de pression $P_A - P_B$.