

CLASSE : Terminale

VOIE : ☒ Générale

DURÉE DE L'EXERCICE : 1h45

EXERCICE 1 : 11 points

ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ : PHYSIQUE-CHIMIE

CALCULATRICE AUTORISÉE : ☒ Oui « type collège »

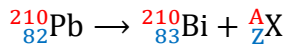
EXERCICE 1 Autour de la glace

Q1.

D'après le diagramme (Z,N) de la figure 1, le plomb-210 subit une désintégration β^- .

Q2.

Le plomb-210 subit une désintégration amenant à la formation du bismuth-210 :



Pour trouver A et Z on utilise les lois de Soddy :

Conservation du nombre de nucléons :

$$210 = 210 + A$$

$$210 + A = 210$$

$$A = 210 - 210$$

$$A = 0$$

Conservation du nombre de charge :

$$82 = 83 + Z$$

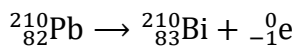
$$83 + Z = 82$$

$$Z = 82 - 83$$

$$Z = -1$$

$$\text{Ainsi } {}^A_Z\text{X} = {}^0_{-1}\text{e}$$

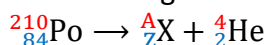
Le plomb-210 subit une désintégration amenant à la formation du bismuth-210 :



Il s'agit bien d'une désintégration β^- .

Q3.

D'après le diagramme (Z,N) de la figure 1, le polonium-210 subit une désintégration α .



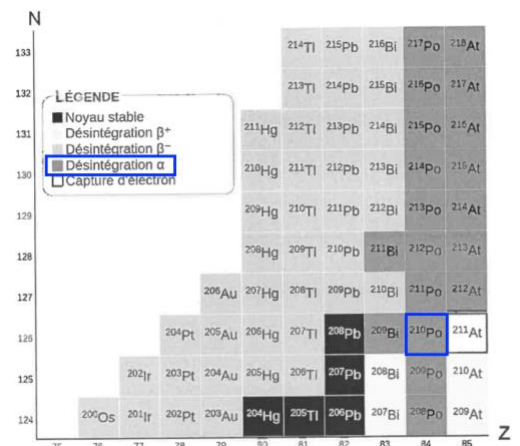
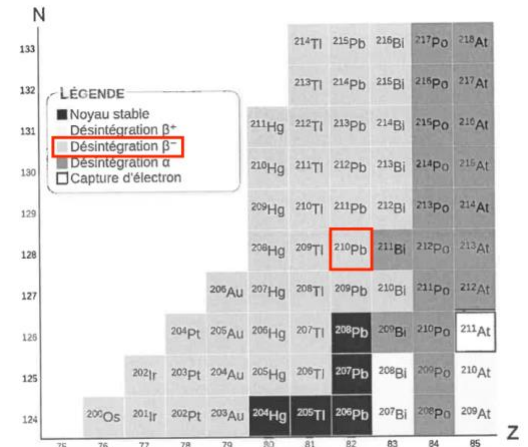
Conservation du nombre de nucléons :

$$210 = A + 4$$

$$A + 4 = 210$$

$$A = 210 - 4$$

$$A = 206$$



Conservation du nombre de charge :

$$84 = Z + 2$$

$$Z + 2 = 84$$

$$Z = 84 - 2$$

$$Z = 82$$

$$\text{Ainsi } {}^A_ZX = {}^{206}_{82}\text{Pb}$$

Le noyau issu de la désintégration α du polonium-210 est le plomb-206. D'après le diagramme (Z,N) de la figure 1, le plomb-206 est un élément stable.

Ainsi, le polonium-210 est le « dernier noyau radioactif » de la chaîne de désintégration du plomb-210.

Q4.

$$A(t) = -\frac{dN(t)}{dt}$$

Q5.

$$A(t) = -\frac{dN(t)}{dt}$$

Or

$$A(t) = \lambda \times N(t)$$

D'où

$$\lambda \times N(t) = -\frac{dN(t)}{dt}$$

$$\frac{dN(t)}{dt} + \lambda \times N(t) = 0$$

Q6.

Solution de l'équation différentielle :

$$N(t) = N_0 \times e^{-\lambda t}$$

Dérivons $N_{\text{Rb}}(t)$:

$$\frac{dN(t)}{dt} = N_0 \times -\lambda \times e^{-\lambda t}$$

$$\frac{dN(t)}{dt} = -\lambda \times N_0 \times e^{-\lambda t}$$

$$\frac{dN(t)}{dt} = -\lambda \times N(t)$$

On retrouve l'équation différentielle :

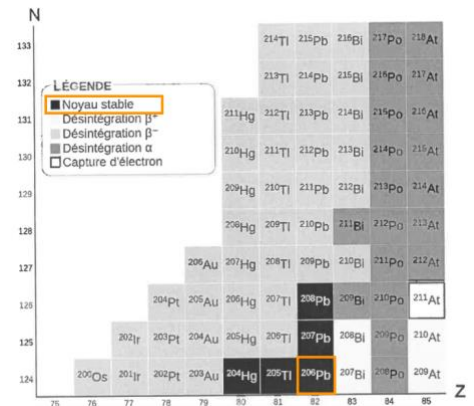
$$\frac{dN(t)}{dt} + \lambda \times N(t) = 0$$

Ainsi, $N(t) = N_0 \times e^{-\lambda t}$ est solution de l'équation différentielle.

Q7.

$t_{1/2}$ est la durée au bout de laquelle le nombre de noyau radioactif (ou l'activité) a été divisée par 2.

$$N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2}$$



Or

$$N(t_{1/2}) = N_0 \times e^{-\lambda t_{1/2}}$$

Ainsi

$$N_0 \times e^{-\lambda t_{1/2}} = \frac{N_0}{2}$$

$$e^{-\lambda t_{1/2}} = \frac{1}{2}$$

$$\ln(e^{-\lambda t_{1/2}}) = \ln\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$-\lambda t_{1/2} = -\ln(2)$$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$$

Q8.

$$A_{30} = A_0 \times e^{-\lambda \times t_{30}}$$

$$A_0 \times e^{-\lambda \times t_{30}} = A_{30}$$

$$e^{-\lambda \times t_{30}} = \frac{A_{30}}{A_0}$$

$$\ln(e^{-\lambda \times t_{30}}) = \ln\left(\frac{A_{30}}{A_0}\right)$$

$$-\lambda \times t_{30} = \ln\left(\frac{A_{30}}{A_0}\right)$$

Or

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$$

$$-\frac{\ln 2}{t_{1/2}} \times t_{30} = \ln\left(\frac{A_{30}}{A_0}\right)$$

$$t_{30} = -\ln\left(\frac{A_{30}}{A_0}\right) \times \frac{t_{1/2}}{\ln 2}$$

$$t_{30} = -\ln\left(\frac{4,72 \times 10^{-3}}{110 \times 10^{-3}}\right) \times \frac{22,2}{\ln 2}$$

$$t_{30} = 100 \text{ ans}$$

La glace présente à 30 m de profondeur s'est formée 100 ans avant son extraction.

Or elle a été extraite en 1993 :

$$1993 - 100 = 1893$$

Ainsi, la glace présente à 30 m de profondeur s'est formée en 1893.

Calculons l'épaisseur moyenne de glace accumulée chaque année sur l'archipel durant cette période.

30 m	100 ans
e	1 an

$$e = \frac{1 \times 30}{100}$$

$$e = 0,30 \text{ m}$$

Ainsi, l'épaisseur moyenne de glace accumulée chaque année sur l'archipel durant cette période est de 0,30 m.

Q9.

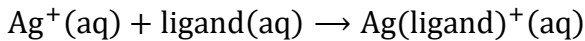
La représentation utilisée pour la molécule de ligand représentée sur la figure 2 est une représentation topologique.

Q10.

Famille fonctionnelle du groupe caractéristique A : Halogène (bromo)

Famille fonctionnelle du groupe caractéristique B : amine

Q11.



$$Q_{\text{eq}} = K = \frac{\frac{[\text{Ag}(\text{ligand})^+]_{\text{eq}}}{c^0}}{\frac{[\text{Ag}^+]_{\text{eq}}}{c^0} \times \frac{[\text{ligand}]_{\text{eq}}}{c^0}}$$

$$K = \frac{\frac{[\text{Ag}(\text{ligand})^+]_{\text{eq}}}{c^0}}{\frac{[\text{Ag}^+]_{\text{eq}} \times [\text{ligand}]_{\text{eq}}}{(c^0)^2}}$$

$$K = \frac{[\text{Ag}(\text{ligand})^+]_{\text{eq}}}{c^0} \times \frac{(c^0)^2}{[\text{Ag}^+]_{\text{eq}} \times [\text{ligand}]_{\text{eq}}}$$

$$K = [\text{Ag}(\text{ligand})^+]_{\text{eq}} \times \frac{c^0}{[\text{Ag}^+]_{\text{eq}} \times [\text{ligand}]_{\text{eq}}}$$

$$K = \frac{[\text{Ag}(\text{ligand})^+]_{\text{eq}} \times c^0}{[\text{Ag}^+]_{\text{eq}} \times [\text{ligand}]_{\text{eq}}}$$

Q12.

Q_r est inversement proportionnel à la concentration en ligand.

Si le ligand est en très fort excès Q_r sera très petit, la réaction se produira dans le sens direct et la réaction sera quasi-totale.

Q13.

La couleur absorbée correspond à $\lambda_{\text{max}} = 516 \text{ nm}$ couleur cyan-vert absorbée.

Sa couleur est la couleur complémentaire du cyan-vert (couleur opposée sur la cercle chromatique) : le magenta-rouge.

Ainsi, l'espèce $\text{Ag}(\text{ligand})^+(\text{aq})$ est de couleur magenta-rouge.

Q14.

$$[\text{Ag}^+] = \frac{n_{\text{Ag}^+,i}}{V_{\text{Ag}^+}}$$

$$\frac{n_{\text{Ag}^+,i}}{V_{\text{Ag}^+}} = [\text{Ag}^+]$$

$$n_{\text{Ag}^+,i} = [\text{Ag}^+] \times V_{\text{Ag}^+}$$

$$n_{\text{Ag}^+,i} = 7,4 \times 10^{-6} \times 1,0 \times 10^{-3}$$

$$n_{\text{Ag}^+,i} = 7,4 \times 10^{-9} \text{ mol}$$

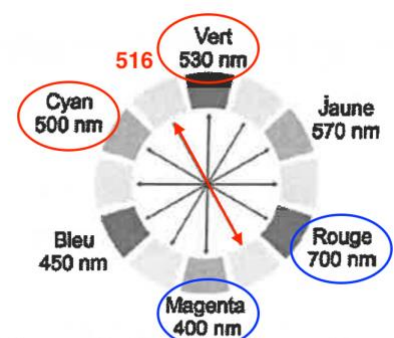


Figure 3. Cercle chromatique.

Q15.

Les ions argent $\text{Ag}^+(\text{aq})$ réagissent et forment les ions $\text{Ag}(\text{ligand})^+(\text{aq})$.

Les ions $\text{Ag}(\text{ligand})^+(\text{aq})$ absorbent à $\lambda_{\text{max}} = 516 \text{ nm}$.

L'absorbance est proportionnelle à la concentration des ions $\text{Ag}(\text{ligand})^+(\text{aq})$.

Lorsque l'ensemble des ions argent $\text{Ag}^+(\text{aq})$ ont réagi, la quantité d'ion $\text{Ag}(\text{ligand})^+(\text{aq})$ n'évolue plus et l'absorbance également.

L'absorbance n'évolue plus pour $V_{\text{tot,L}} = 0,50 \text{ mL}$.

Graphiquement, le volume $V_{\text{tot,L}}$ de solution de ligand versé pour que l'ensemble des ions argent $\text{Ag}^+(\text{aq})$ présents aient réagi en quasi-totalité est $V_{\text{tot,L}} = 0,50 \text{ mL}$.

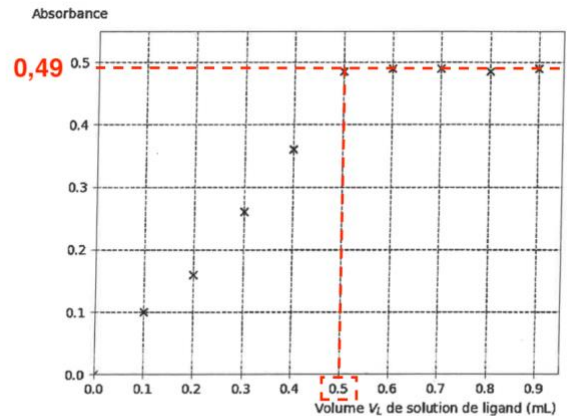


Figure 4. Évolution de l'absorbance de la solution en fonction du volume de solution de ligand introduit.

Calculons la quantité de matière de ligand n_L à introduire :

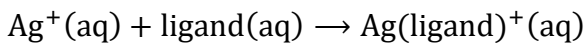
$$c_L = \frac{n_L}{V_{\text{tot,L}}}$$

$$\frac{n_L}{V_{\text{tot,L}}} = c_L$$

$$n_L = c_L \times V_{\text{tot,L}}$$

$$n_L = 1,0 \times 10^{-3} \times 0,5 \times 10^{-3}$$

$$n_L = 5,0 \times 10^{-7} \text{ mol}$$

Q16.

Méthode 1 (sans tableau d'avancement) :

$$x_{\text{max } 1} = \frac{n_{\text{Ag}^+,i}}{1}$$

$$x_{\text{max } 1} = \frac{7,4 \times 10^{-9}}{1}$$

$$x_{\text{max } 1} = 7,4 \times 10^{-9} \text{ mol}$$

$$x_{\text{max } 2} = \frac{n_L}{1}$$

$$x_{\text{max } 2} = \frac{5,0 \times 10^{-7}}{1}$$

$$x_{\text{max } 2} = 5,0 \times 10^{-7} \text{ mol}$$

$$x_{\text{max } 1} \ll x_{\text{max } 2}$$

$$x_{\text{max}} = x_{\text{max } 2} = 5,0 \times 10^{-7} \text{ mol}$$

Ainsi, le ligand est bien en large excès par rapport aux ions $\text{Ag}^+(\text{aq})$ initialement introduits.

Méthode 2 (avec tableau d'avancement) :

Équation	$\text{Ag}^+(\text{aq})$	+	ligand(aq)	→	$\text{Ag}(\text{ligand})^+(\text{aq})$
État initial	$7,4 \times 10^{-9}$		$5,0 \times 10^{-7}$		0
État intermédiaire	$7,4 \times 10^{-9} - x$		$5,0 \times 10^{-7} - x$		x
État final	$7,4 \times 10^{-9} - x_f$		$5,0 \times 10^{-7} - x_f$		x_f

$$7,4 \times 10^{-9} - x_{\max 1} = 0$$

$$-x_{\max 1} = -7,4 \times 10^{-9}$$

$$x_{\max 1} = 7,4 \times 10^{-9} \text{ mol}$$

$$5,0 \times 10^{-7} - x_{\max 2} = 0$$

$$-x_{\max 2} = -5,0 \times 10^{-7}$$

$$x_{\max 2} = 5,0 \times 10^{-7} \text{ mol}$$

$$x_{\max 1} \ll x_{\max 2}$$

$$x_{\max} = x_{\max 1} = 5,0 \times 10^{-7} \text{ mol}$$

Ainsi, le ligand est bien en large excès par rapport aux ions $\text{Ag}^+(\text{aq})$ initialement introduits.

D'après la question Q12 : si le ligand est en très fort excès la réaction sera quasi-totale. Cette condition est remplie, la réaction sera quasi-totale.

Q17.

Équation	$\text{Ag}^+(\text{aq})$	+	ligand(aq)	→	$\text{Ag}(\text{ligand})^+(\text{aq})$
État initial	$n_{\text{Ag}^+,i} = c_{\text{Ag}^+,i} \times V_{\text{Ag}^+}$		Excès		0
État intermédiaire	$c_{\text{Ag}^+,i} \times V_{\text{Ag}^+} - x$		Excès		x
État final en considérant la réaction totale $x_f = x_{\max}$	$c_{\text{Ag}^+,i} \times V_{\text{Ag}^+} - x_{\max} = 0$		Excès		$x_{\max}$

Loi de Beer-Lambert :

$$A = K \times [\text{Ag}(\text{ligand})^+]$$

Or

$$[\text{Ag}(\text{ligand})^+] = \frac{n_{\text{Ag}(\text{ligand})^+}}{V_{\text{sol}}}$$

$$A = K \times \frac{n_{\text{Ag}(\text{ligand})^+}}{V_{\text{sol}}}$$

Or

$$n_{\text{Ag}(\text{ligand})^+} = x_{\max}$$

D'ou

$$A = K \times \frac{x_{\max}}{V_{\text{sol}}}$$

Or

$$c_{\text{Ag}^+,i} \times V_{\text{Ag}^+} - x_{\max} = 0$$

$$-x_{\max} = -c_{\text{Ag}^+,i} \times V_{\text{Ag}^+}$$

$$x_{\max} = c_{\text{Ag}^+,i} \times V_{\text{Ag}^+}$$

D'ou

$$A = K \times \frac{c_{\text{Ag}^+,i} \times V_{\text{Ag}^+}}{V_{\text{sol}}}$$

Ainsi, l'absorbance de la solution de l'espèce chimique $\text{Ag}(\text{ligand})^+$ (aq) est proportionnelle à la concentration en quantité de matière en ions argent initialement en solution $C_{\text{Ag},i}$.

Q18.

$$A = 6,5 \times 10^4 \times c$$

$$A_{\max} = 6,5 \times 10^4 \times c_{\max}$$

$$6,5 \times 10^4 \times c_{\max} = A_{\max}$$

$$c_{\max} = \frac{A_{\max}}{6,5 \times 10^4}$$

$$c_{\max} = \frac{0,9}{6,5 \times 10^4}$$

$$c_{\max} = 1,4 \times 10^{-5} \text{ mol. L}^{-1}$$

$$c_{\text{m,max}} = c_{\text{m,max}} \times M$$

$$c_{\text{m,max}} = 1,4 \times 10^{-5} \times 108$$

$$c_{\text{m,max}} = 1,5 \times 10^{-3} \text{ g. L}^{-1}$$

$$c_{\text{m,max}} = 1,5 \times 10^{-3} \times 10^{-3} \text{ g. mL}^{-1}$$

$$c_{\text{m,max}} = 1,5 \times 10^{-6} \text{ g. mL}^{-1}$$

$$c_{\text{m,max}} = 1,5 \text{ }\mu\text{g. mL}^{-1}$$

Ainsi, la valeur maximale de la concentration en masse en ions argent, $c_{\text{m,max}} = 1,5 \text{ }\mu\text{g. mL}^{-1}$, indiquée par les chercheurs est cohérente avec une limite expérimentale de la loi de Beer Lambert $c_{\text{m,max}} = 1,5 \text{ }\mu\text{g. mL}^{-1}$.