

Commercialisation d'un produit

Partie A (fonctions)

1-cout annuel pour 100 objets

La fonction $C(x)$ représente d'après l'énoncé le cout annuel C en fonction du nombre d'objet fabriqués x

Donc le cout annuel pour 100objet fabriqués est :

$$C(100) = 100^2 + 100 \times 100 + 50$$

$$C(100) = 20050 \text{ euros}$$

Le cout annuel pour fabriquer 100objets est de 20050 euros

2-fonction définissant le bénéfice annuel

Par définition le bénéfice annuel est la différence entre le gain annuel et le cout annuel.

D'après l'énoncé comme chaque objet est vendu à 300euros le gain annuel est $300x$

On en déduit que $B(x) = 300x - C(x)$

$$B(x) = 300x - (x^2 + 100x + 50)$$

$$B(x) = 300x - x^2 - 100x - 50$$

$$B(x) = -x^2 + 200x - 50$$

Cela correspond bien à l'expression de l'énoncé

3-a/ Dérivée de $B(x)$

$B(x)$ est un polynôme du second ordre donc

$$B'(x) = -2x + 200$$

3b/ tableau de variation de B

$B'(x)$ est une fonction affine décroissante qui a pour ordonnée à l'origine 200 et qui atteint zéro pour

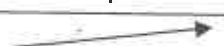
$$0 = -2x + 200$$

$$x = 100$$

Donc pour $x \in [0 ; 100]$ $B'(x) > 0$

Pour $x \in [100 ; 250]$ $B'(x) < 0$

Donc :

	0	100	250
$B'(x)$	+	0	-
$B(x)$			

3c/ bénéfice maximal

D'après le tableau de variation, la fonction $B(x)$ a un maximum pour $x=100$

Cela correspond au bénéfice annuel maximal et il vaut :

$$B(100) = -(100)^2 + 200 \times 100 - 50$$

$$B(100) = 9950 \text{ euros}$$

Le bénéfice maximal annuel est de 9950 euros

PARTIE B

4a/ Expression de a_{n+1}

L'énoncé nous dit que l'entreprise déposera tous les ans 5 objets de plus dans le magasin A donc

$$a_{n+1} = a_n + 5$$

4b/ nature de la suite a_n

Au vu de la relation entre a_{n+1} et a_n , a_n est une suite arithmétique. De raison 5 et

$$a_n = 50 + 5n$$

4c/ nombre d'objet déposés en 2025

Pour l'année 2025 le rang est $n=5$

Donc

$$a_5 = 50 + 5 \times 5$$

$$a_5 = 75$$

En 2025, l'entreprise aura déposé 75 objets.

5a/nature de la suite b_n

D'après l'énoncé, l'entreprise dépose chaque année 8% d'objets de plus donc

$$b_{n+1} = b_n + \frac{b_n \times 8}{100} = b_n \times 1.08$$

C'est donc une suite géométrique de premier terme $b_0=50$ et de raison 1.8

$$b_n = 50 \times 1.08^n$$

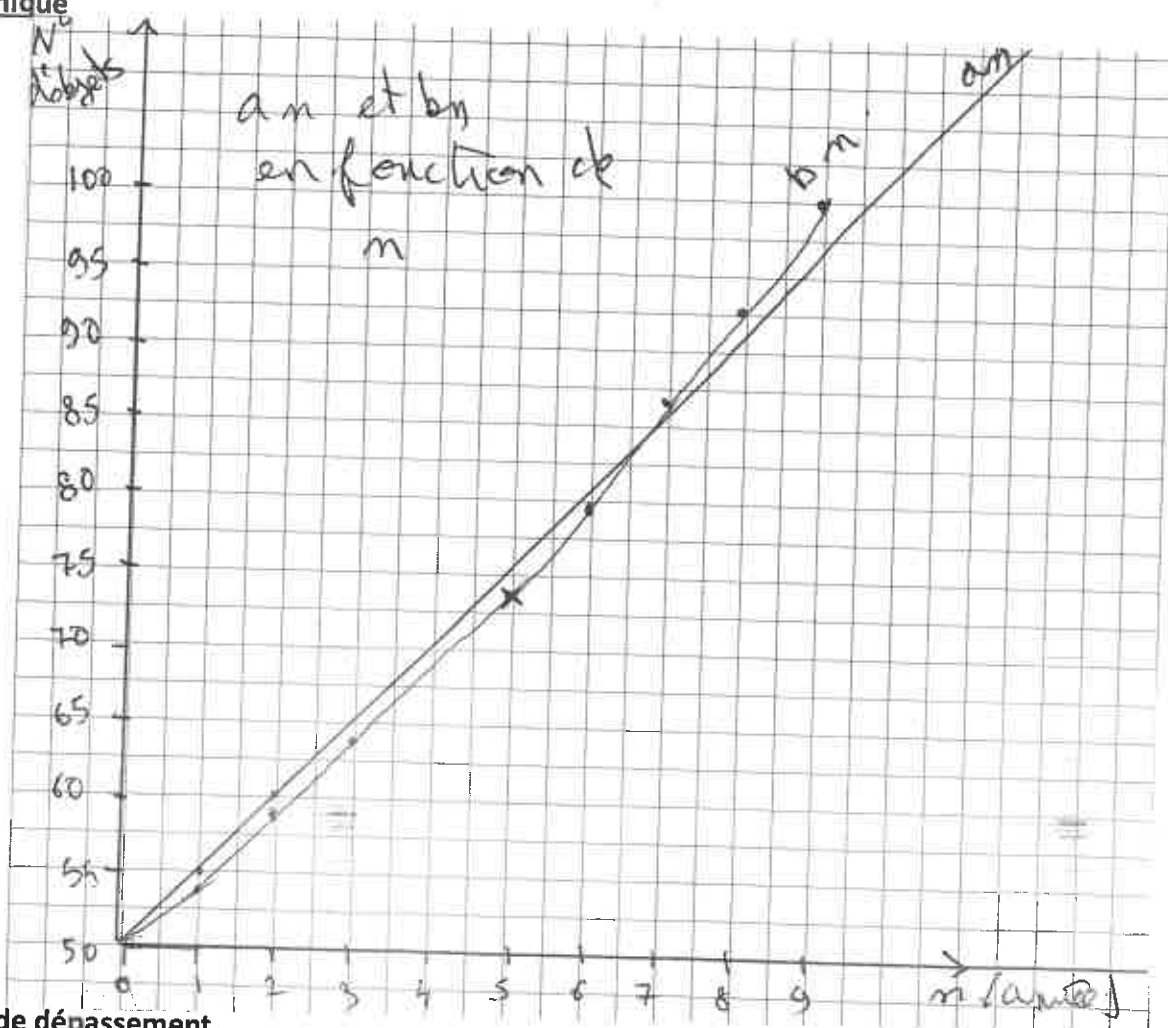
5b/ Objets en 2025 dans le magasin B

Le rand en 2025 est $n=5$ donc

$$b_5 = 50 \times 1.08^5 = 73 \text{ objets}$$

L'entreprise aura déposé en 2025, 73 objets.

6a/Graphique



6b/année de dépassement

Le nombre d'objets déposés en B sera supérieur à celui déposé en A après le croisement des courbes. Le croisement a lieu entre 6 et 7 (avec la précision du graphique) donc, nous retenons 7,

En conclusion, l'année de dépassement sera 2027.