Elimination d'une substance dans le sang

Partie A

1-valeurs de U1 et U2

Selon la définition donnée, u_1 est la quantité de médicament après 1h écoulée, et la quantité de médicament en une heure baisse de 30%.

$$u_1 = u_0 - \frac{30}{100} \times u_0 = u_0 \times \left(1 - \frac{30}{100}\right) = u_0 \times \left(\frac{100-30}{100}\right) = u_0 \times \left(\frac{70}{100}\right) = u_0 \times \frac{70}{100} = 0,7 \times u_0$$

On retient donc $u_1 = 0,7 \times u_0$

$u_0 = 1$ gramme de produit, donc

$$u_1 = 0,7 \times 1 = \mathbf{0,7 \text{ grammes.}}$$

De même manière $u_2 = 0,7 \times u_1$

$$\text{Soit } u_2 = 0,7 \times 0,7 = \mathbf{0,49 \text{ grammes.}}$$

On retrouve bien les valeurs de l'énoncé

2-Expression de Un

De si on généralise à n heures passées

$$u_n = \overbrace{(0,7 \times 0,7 \times \dots \times 0,7)}^{n \text{ fois}} \times u_0 = (0,7)^n \times u_0$$

$$\text{Soit } u_n = (0,7)^n \times u_0$$

3-temps d'inactivité du médicament

Il faut déterminer le nombre d'heures pour que la quantité de produit passe sous 0,2 g.

$$\text{Soit } n \text{ tel que } (0,7)^n \times u_0 \leq 0,2$$

On teste plusieurs valeurs

$$U_3 = 0.34 \text{ g}$$

$$U_4 = 0.24 \text{ g}$$

$$U_5 = 0.16 \text{ g}$$

Il faut donc attendre 5 heures pour passer en dessous du seuil d'activité du médicament.

Partie B

4/a Valeur de f(3)

La quantité de médicament présente dans le sang au bout de 3 heures après l'injection est la valeur de $f(3)$ d'après la définition de cette fonction donnée dans l'énoncée.

Par lecture graphique

$$F(3) = 0.34g$$

4/b Valeur de f'(3)

Par définition de dérivée $f'(3)$ est la valeur de la dérivée avec 3 pour abscisse. Or graphiquement, la valeur de la dérivée en un point est la valeur de la pente de la tangente à la courbe en ce point.

Trouvons graphiquement la pente de la tangente

Soit les points A (0 ; 0.7) et B(5.8 . 0) tout deux appartenant à la tangente par définition

$$\text{Pente} = \frac{y^B - y^A}{x^B - x^A} = \frac{0 - 0.7}{5.8 - 0} = -0.12$$

$$F'(3) = -0.12$$

Dans le contexte de l'exercice, comme la fonction $f(x)$ décrit la quantité de médicament présent dans le sang en fonction du temps, $f'(x)$ décrit la variation de la quantité de médicament présent dans le sang en fonction du temps, c'est-à-dire la **vitesse de disparition du médicament en fonction du temps**.

5a/tableau

t	4	4.1	4.2	4.3	4.4	4.5	4.6	4.7	4.8	4.9
F(t)	0.24	0.232	0.223	0.216	0.208	0.201	0.194	0.187	0.180	0.174

5b/temps à partir duquel le médicament n'est plus actif.

Le médicament n'est plus actif si $f(t) < 0.2$, d'après le tableau cette valeur est atteinte si $t > 4.6h$

Donc le médicament est inactif à partir de 4,6h.

Partie C

6. Modèle le plus pertinent.

Le modèle de la partie B est un modèle davantage continu par rapport à un modèle en escalier avec les heures (modèle « discret »), naturellement plus proche de la réalité (la quantité dans le sang de produit ne diminue pas de 30% dans un saut brutal au bout d'une heure.

Partie D

7 Valeur de $P(\bar{M}|B)$

$P(\bar{M}|B)$ est la probabilité qu'on observe une baisse du taux de glycémie (événement B) quand le patient a reçu le placebo ($\bar{M}$).

D'après l'énoncé, c'est égal à $100\% - 90\% = 10\%$.

Donc $P(\bar{M}|B) = 0.1$

8 Valeur de $P(\bar{M} \cap B)$

$P(\bar{M} \cap B)$ est la probabilité d'avoir reçu le placebo ET d'avoir une baisse du taux de glycémie. D'après l'énoncé :

- Avoir reçu le placebo : 60% des patients,
- Avoir une baisse du taux de glycémie : 10% de ceux qui ont reçu le placebo.

On sait que

$$P(\bar{M} \cap B) = P(\bar{M}) \times P(B)$$

$$P(\bar{M} \cap B) = 60\% \times 10\% = 0,6 \times 0,1 = \mathbf{0,06}$$

C'est un chiffre très faible. On est bien sûr l'effet d'un placebo, on espère que le médicament a plus d'effet.

9 Probabilité de prise de placebo

La question demande de calculer la probabilité qu'il ait pris le placebo sachant que la glycémie a baissé, soit

$$P_B(\bar{M}) = \frac{P(B \cap \bar{M})}{P(B)} = \frac{0,06}{0,13} = \mathbf{0,46}$$

$$P_B(\bar{M}) = \mathbf{6/13 = 0.46}$$

10. preuve d'efficacité ?

L'efficacité du médicament est extrêmement faible, puisque la baisse de la glycémie a pour cause le placebo à 46,15% . La glycémie baisse sans médication dans presque la moitié des cas, on peut supposer dans le groupe qui a pris le médicament que la cause de la baisse de glycémie n'est donc pas la prise du médicament.