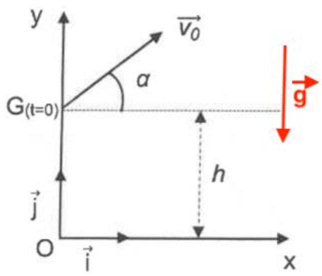
EXERCICE 2 Le mölky

Q1.

Système {bâton}
Référentiel terrestre supposé galiléen
D'après la deuxième loi de newton :

$\Sigma\overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a}$
$\vec{P} = m\vec{a}$
$m\vec{g} = m\vec{a}$
$\vec{g} = \vec{a}$



Or

$\vec{g}\begin{vmatrix}0\\-g\end{vmatrix}$

Le vecteur accélération du centre d'inertie du solide est égal au vecteur champ de pesanteur.

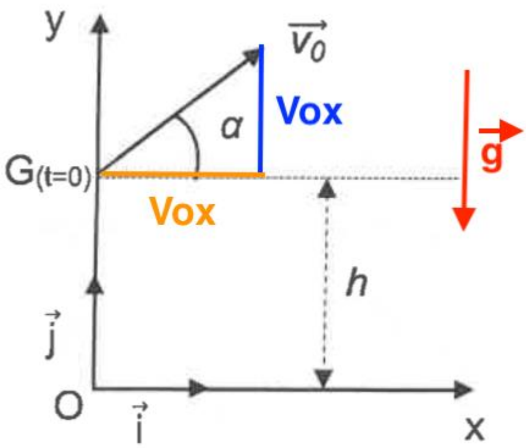
$\vec{a}\begin{vmatrix}a_x(t) = 0\\a_y(t) = -g\end{vmatrix}$

Q2.

$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

On intègre le système d'équation précédent :

$\vec{v}\begin{vmatrix}v_x(t) = C_1\\v_y(t) = -gt + C_2\end{vmatrix}$



Pour trouver les constantes, on utilise $\vec{v}_0$

$\vec{v}_0\begin{vmatrix}v_{0x} = v_0\cos\alpha\\v_{0y} = v_0\sin\alpha\end{vmatrix}$

d'ou

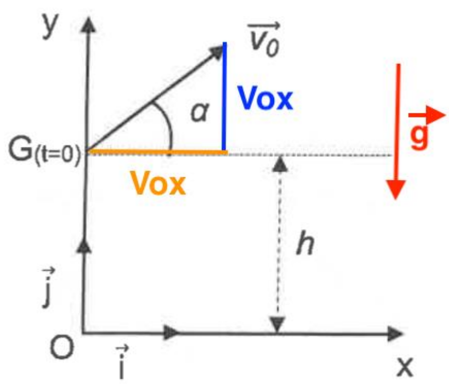
$\vec{v}\begin{vmatrix}v_x(t) = v_0\cos\alpha\\v_y(t) = -gt + v_0\sin\alpha\end{vmatrix}$

Q3.

$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$

On intègre le système d'équation précédent :

$\overrightarrow{OG}\begin{vmatrix}x(t) = v_0\cos(\alpha)\times t + C_3\\y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0\sin(\alpha)\times t + C_4\end{vmatrix}$



Pour trouver les constantes, on utilise $\overrightarrow{OG}_0$

$\overrightarrow{OG}_0\begin{vmatrix}x_0 = 0\\y_0 = h\end{vmatrix}$

d'ou

$$\overrightarrow{OG}\left|\begin{array}{l} x(t) = v_0 \cos(\alpha) \times t \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin(\alpha) \times t + h \end{array}\right.$$

Q4.
Isolons t :

$x(t) = v_0 \cos(\alpha) \times t$

$v_0 \cos(\alpha) \times t = x$

$t = \frac{x}{v_0 \cos(\alpha)}$

Remplaçons t dans y :

$y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin(\alpha) \times t + h$

$y(x) = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0 \cos(\alpha)}\right)^2 + v_0 \sin(\alpha) \times \frac{x}{v_0 \cos(\alpha)} + h$

$y(x) = -\frac{1}{2}g \times \left(\frac{x}{v_0 \cos(\alpha)}\right)^2 + \tan(\alpha) \times x + h$

$y(x) = -\frac{1}{2}g \times \frac{x^2}{{v_0}^2(\cos(\alpha))^2} + \tan(\alpha) \times x + h$

$y(x) = -\frac{1}{2} \times 9{,}8 \times \frac{x^2}{4{,}9^2(\cos(30))^2} + \tan(30) \times x + 0{,}70$

$y(x) = -0{,}27\, x^2 + 0{,}58\, x + 0{,}70$

Q5.
Pour remporter la partie, le joueur doit atteindre exactement le score de 50.
Il a déjà marqué 41 points.
Il doit toucher la quille de 50-41=9 points.

La quille de 9 points se situe à x_{q9}=3,0 m.
Calculons l'altitude atteinte par le bâton pour x_{q9}=3,0 m.

$y(x_{q9}) = -0{,}27\, {x_{q9}}^2 + 0{,}58\, x_{q9} + 0{,}70$

$y(x_{q9}) = -0{,}27 \times 3{,}0^2 + 0{,}58 \times 3{,}0 + 0{,}70$

$y(x_{q9}) = 1{,}0 \times 10^{-2} m$

$y(x_{q9}) = 1{,}0\ cm$

À x_{q9}=3,0 m, le bâton est à 1,0 cm du sol : la quille 9 est touchée.
Ainsi, la partie est remportée par le joueur si le lancer est réalisé dans les conditions précisées dans les données précédentes.

Q6.
Ligne 18 : Ec=0.5*0.4*(vxl[i]**2+ vyl[i]**2)

$Ec = \frac{1}{2} \times m \times v^2$

Par identification :

$m = 0{,}4\ Kg$

Q7.
Ligne 22 : Em=Ec+Ep

Q8.

Em=Ec+Ep

L'énergie mécanique est la somme de l'énergie cinétique et l'énergie potentielle de pesanteur.

La courbe de l'énergie mécanique est donc au-dessus des courbes de l'énergie cinétique et l'énergie potentielle de pesanteur : courbe C

$E_{pp} = m \times g \times z$

Calculons l'énergie potentielle de pesanteur à l'instant initial :

$E_{pp}(0) = m \times g \times z_0$

$E_{pp}(0) = m \times g \times h$

$E_{pp}(0) = 0{,}4 \times 9{,}8 \times 0{,}70$

$E_{pp}(0) = 2{,}7\ J$

L'énergie potentielle de pesanteur initiale est de 2,7 J : Courbe A

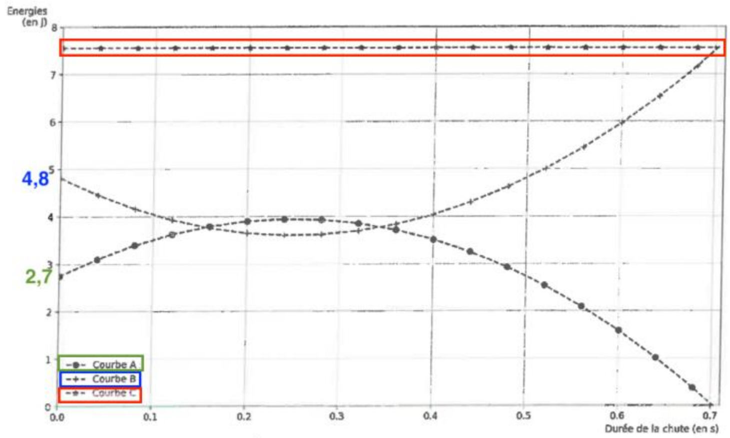


Figure 4. Évolution temporelle des énergies.

$E_c = \frac{1}{2} \times m \times v^2$

$E_c(0) = \frac{1}{2} \times m \times {v_0}^2$

$E_c(0) = \frac{1}{2} \times 0{,}4 \times 4{,}9^2$

$E_c(0) = 4{,}8\ J$

L'énergie cinétique initiale est de 4,8 J : Courbe B

Q9.

$E_{pp} = m \times g \times z$

Au niveau du sol z=0 m

$E_{pp,sol} = m \times g \times 0$

$E_{pp,sol} = 0\ J$

Au sol l'énergie potentielle de pesanteur est nulle.

Graphiquement, l'énergie potentielle de pesanteur est nulle pour t_{sol}=0,7 s.

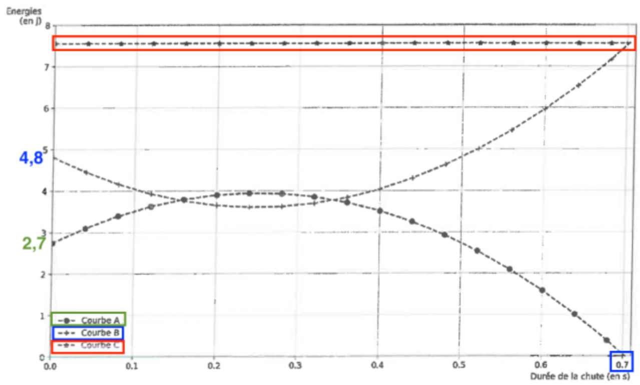


Figure 4. Évolution temporelle des énergies.

Pour remporter la partie, le joueur doit atteindre exactement le score de 50. Il a déjà marqué 41 points. Il doit toucher la quille de 50-41=9 points.

La quille de 9 points se situe à x_{q9}=3,0 m.

Calculons x_{sol} pour t_{sol}=0,7 s.

$x(t) = v_0 \cos(\alpha) \times t$

$x(t_{sol}) = v_0 \cos(\alpha) \times t_{sol}$

$x(t_{sol}) = 4{,}9 \times \cos(30) \times 0{,}7$

$x(t_{sol}) = 3{,}0\ m$

Pour t_{sol}=0,7 s , $x(t_{sol}) = 3{,}0\ m$

x=3,0 m : la quille 9 est touchée.

Ainsi, la partie est remportée par le joueur si le lancer est réalisé dans les conditions précisées dans les données précédentes.