

CLASSE : Terminale

VOIE : Générale

DURÉE DE L'EXERCICE : 1h45

EXERCICE 1 : 11 points

ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ : PHYSIQUE-CHIMIE

CALCULATRICE AUTORISÉE : Oui « type collègue »

EXERCICE 1 – Mesure de l'épaisseur d'un film alimentaire

Q1.

D'après la loi d'additivité des tensions ou loi des mailles :

$$U_C(t) + U_R(t) = E$$

or $U_R(t) = R \times i$

$$U_C(t) + R \times i = E$$

Or

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$

$$U_C(t) + R \times \frac{dq(t)}{dt} = E$$

Or

$$q(t) = C \times U_C(t)$$

$$U_C(t) + R \times \frac{dC \times U_C(t)}{dt} = E$$

$$U_C(t) + RC \frac{dU_C(t)}{dt} = E$$

On divise par RC :

$$\frac{U_C(t)}{RC} + \frac{dU_C(t)}{dt} = \frac{E}{RC}$$

$$\frac{dU_C(t)}{dt} + \frac{1}{RC} \times U_C(t) = \frac{E}{RC}$$

Avec $\tau = RC$:

$$\frac{dU_C(t)}{dt} + \frac{1}{\tau} \times U_C(t) = \frac{E}{\tau}$$

Q2.

Méthode 1 :

$$U_C(t \rightarrow \infty) = A \left(1 - e^{-\frac{\infty}{\tau}}\right)$$

$$U_C(t \rightarrow \infty) = A(1 - 0)$$

$$U_C(t \rightarrow \infty) = A$$

Or pour un temps très long, la tension du condensateur prend pour valeur la tension du générateur :

$$U_C(t \rightarrow \infty) = E$$

Ainsi $A = E$

Méthode 2 :

Vérifions que la solution de cette équation différentielle est de la forme :

$$U_C(t) = A \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

-Dérivons $U_C(t)$:

$$\frac{dU_C(t)}{dt} = A \times -1 \times \frac{-1}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$$
$$\frac{dU_C(t)}{dt} = \frac{A}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

-Remplaçons $U_C(t)$ et $\frac{dU_C(t)}{dt}$ dans l'équation :

$$\frac{dU_C(t)}{dt} + \frac{1}{\tau} \times U_C(t) = \frac{E}{\tau}$$
$$\frac{A}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{1}{\tau} \times A \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) = \frac{E}{\tau}$$
$$\frac{A}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{A}{\tau} - \frac{Ae^{-\frac{t}{\tau}}}{\tau} = \frac{E}{\tau}$$
$$\frac{A}{\tau} = \frac{E}{\tau}$$
$$A = E$$

La solution de la forme $U_C(t) = A \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$ vérifie l'équation différentielle avec $A=E$.

$$\text{Ainsi : } U_C(t) = E \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

Q3.

$$U_C(t = \tau) = E \left(1 - e^{-\frac{\tau}{\tau}} \right)$$

$$U_C(t = \tau) = E(1 - 0,37)$$

$$U_C(t = \tau) = 0,63 \times E$$

Q4.

τ peut être déterminée graphiquement :

$$U_C(\tau) = 0,63 \times E$$

$$U_C(\tau) = 0,63 \times 4,9$$

$$U_C(\tau) = 3,1 \text{ V}$$

Graphiquement, pour $U_C(\tau) = 3,1 \text{ V}$, on lit $\tau = 68 \mu\text{s}$

Q5.

$$\tau = RC$$

$$C = \frac{\tau}{R}$$

$$C = \frac{68 \times 10^{-6}}{1,0 \times 10^3}$$

$$C = 6,8 \times 10^{-8} \text{ F}$$

Q6.

$$C = \frac{\epsilon_0 \times \epsilon_r \times S}{e}$$

$$C \times e = \epsilon_0 \times \epsilon_r \times S$$

$$e_{film} = \frac{\epsilon_0 \times \epsilon_{r,film} \times S}{C}$$

Or

$$S = l \times L$$

$$e_{film} = \frac{\epsilon_0 \times \epsilon_{r,film} \times l \times L}{C}$$

$$e_{film} = \frac{8,85 \times 10^{-12} \times 2,3 \times 21 \times 10^{-2} \times 28 \times 10^{-2}}{69,8 \times 10^{-9}}$$

$$e_{film} = 1,7 \times 10^{-5} \text{ m}$$

$$e_{film} = 17 \mu\text{m}$$

Q7.

D'après les données : pour discuter de l'accord du résultat d'une mesure avec une valeur de référence, on peut utiliser le quotient :

$$\frac{|x - x_{ref}|}{u(x)}$$

$$\frac{|e_{film} - e_{film,ref}|}{u(e_{film})} = \frac{|17 - 7,6|}{1,0}$$

$$\frac{|e_{film} - e_{film,ref}|}{u(e_{film})} = 9,4$$

$$\frac{|e_{film} - e_{film,ref}|}{u(e_{film})} > 2$$

Ainsi, la valeur obtenue à la question Q6 n'est pas compatible avec la valeur de référence.

Q8.

$$C' = \frac{\epsilon_0 \times S}{\frac{e_{air}}{\epsilon_{r,air}} + \frac{e_{film}}{\epsilon_{r,film}}}$$

Cas limites :

1. Il n'y a pas d'air : $e_{air} = 0$

$$C' = \frac{\epsilon_0 \times S}{\frac{e_{air}}{\epsilon_{r,air}} + \frac{e_{film}}{\epsilon_{r,film}}}$$

$$C' = \frac{\epsilon_0 \times S}{\frac{0}{\epsilon_{r,air}} + \frac{e_{film}}{\epsilon_{r,film}}}$$

$$C' = \frac{\epsilon_0 \times S}{\frac{e_{film}}{\epsilon_{r,film}}}$$

$$C' = \epsilon_0 \times S \times \frac{\epsilon_{r,film}}{e_{film}}$$

$$C' = \frac{\epsilon_0 \times \epsilon_{r,film} \times S}{e_{film}}$$

L'expression est compatible avec l'expression littérale de la capacité d'un condensateur : $C = \frac{\epsilon_0 \times \epsilon_r \times S}{e}$

2. Il n'y a pas de film : $e_{film} = 0$

$$C' = \frac{\epsilon_0 \times S}{\frac{e_{air}}{\epsilon_{r,air}} + \frac{e_{film}}{\epsilon_{r,film}}}$$

$$C' = \frac{\epsilon_0 \times S}{\frac{e_{air}}{\epsilon_{r,air}} + \frac{0}{\epsilon_{r,film}}}$$

$$C' = \frac{\epsilon_0 \times S}{\frac{e_{air}}{\epsilon_{r,air}}}$$

$$C' = \epsilon_0 \times S \times \frac{\epsilon_{r,air}}{e_{air}}$$

$$C' = \frac{\epsilon_0 \times \epsilon_{r,air} \times S}{e_{air}}$$

L'expression est compatible avec l'expression littérale de la capacité d'un condensateur : $C = \frac{\epsilon_0 \times \epsilon_r \times S}{e}$

Q9.

$$C' = \frac{\epsilon_0 \times S}{\frac{e_{air}}{\epsilon_{r,air}} + \frac{e_{film}}{\epsilon_{r,film}}}$$

$$C' \times \left(\frac{e_{air}}{\epsilon_{r,air}} + \frac{e_{film}}{\epsilon_{r,film}} \right) = \epsilon_0 \times S$$

$$\frac{e_{air}}{\epsilon_{r,air}} + \frac{e_{film}}{\epsilon_{r,film}} = \frac{\epsilon_0 \times S}{C'}$$

$$\frac{e_{air}}{\epsilon_{r,air}} = \frac{\epsilon_0 \times S}{C'} - \frac{e_{film}}{\epsilon_{r,film}}$$

$$e_{air} = \left(\frac{\epsilon_0 \times S}{C'} - \frac{e_{film}}{\epsilon_{r,film}} \right) \times \epsilon_{r,air}$$

$$e_{air} = \left(\frac{8,85 \times 10^{-12} \times 21 \times 10^{-2} \times 28 \times 10^{-2}}{69,8 \times 10^{-9}} - \frac{7,6 \times 10^{-6}}{2,3} \right) \times 1,0$$

$$e_{air} = 4,2 \times 10^{-6} \text{ m}$$

$$e_{air} = 4,2 \text{ } \mu\text{m}$$

L'épaisseur d'air n'est pas négligeable.

Q10.

$$\rho_{film} = \frac{m_{film}}{V}$$

Or

$$V = e \times l \times L$$

D'où

$$\rho_{film} = \frac{m_{film}}{e \times l \times L}$$

$$e \times \rho_{film} = \frac{m_{film}}{l \times L}$$

$$e = \frac{m_{film}}{\rho_{film} \times l \times L}$$

$$e = \frac{70,56 \times 10^{-3}}{1,25 \times 10^3 \times 29 \times 10^{-2} \times 30}$$

$$e = 6,5 \times 10^{-6} m$$

$$e = 6,5 \mu m$$

Q11.

Pour observer des interférences constructives, il faut que : $\delta = k \times \lambda$.

Q12.

$$p = \frac{\delta}{\lambda}$$

$$\frac{\delta}{\lambda} = p$$

$$\delta = p \times \lambda$$

Or

$$p = \frac{\beta \times e_{film}}{\lambda} + \frac{1}{2}$$

D'où

$$\delta = \left(\frac{\beta \times e_{film}}{\lambda} + \frac{1}{2} \right) \times \lambda$$

Pour $\frac{\beta \times e_{film}}{\lambda}$ un nombre entier

$$\frac{\beta \times e_{film}}{\lambda} = k$$

D'où

$$\delta = \left(k + \frac{1}{2} \right) \times \lambda$$

Lorsque le rapport $\frac{\beta \times e_{film}}{\lambda}$ est un nombre entier, les interférences observées seront destructives.

Q13.

Les maxima d'intensité sont des zones d'interférences constructives.

Q14.

Relation 1 :

$$p = \frac{\beta \times e_{film}}{\lambda} + \frac{1}{2}$$

$$p = \beta \times e_{film} \times \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{2}$$

Les résultats expérimentaux donnent la relation

$$p = 22443 \times \frac{1}{\lambda} + 0,51$$

Les résultats expérimentaux sont compatibles avec la relation 1 avec : $\beta \times e_{film} = 22443 \times 10^{-9}$

Remarque : on met $\times 10^{-9}$ car λ est en nm.

Q15.

$$\beta \times e_{film} = 22443 \times 10^{-9}$$

$$e_{film} = \frac{22443 \times 10^{-9}}{\beta}$$

$$e_{film} = \frac{22443 \times 10^{-9}}{3,02}$$

$$e_{film} = 7,4 \times 10^{-6} \text{ m}$$

$$e_{film} = 7,4 \mu\text{m}$$

L'épaisseur trouvée correspond à l'épaisseur de référence $7,6 \mu\text{m}$.