CLASSE : Terminale	**EXERCICE 3** : 5 points
VOIE : ☒ Générale	**ENSEIGNEMENT : physique-chimie**
DURÉE DE L'ÉPREUVE : 0h53	**CALCULATRICE AUTORISÉE :** ☒Oui sans mémoire, « type collège »

EXERCICE 3 Paiement sans contact

Q1.

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$

$$q(t) = C \times U_C(t)$$

D'ou

$$i(t) = \frac{dC \times U_C(t)}{dt}$$

$$i(t) = C \times \frac{dU_C(t)}{dt}$$

Q2.

D'après la loi d'additivité des tensions ou loi des mailles :

$$u_C(t) + u_R(t) = E$$

or $u_R(t) = R \times i$

$$u_C(t) + R \times i = E$$

Or

$$i(t) = C \times \frac{dU_C(t)}{dt}$$

$$u_C(t) + R \times C \times \frac{dU_C(t)}{dt} = E$$

On divise par RC

$$\frac{u_C(t)}{RC} + \frac{du_C(t)}{dt} = \frac{E}{RC}$$

$$\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{u_C(t)}{RC} = \frac{E}{RC}$$

D'ou

$$\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{u_C(t)}{\tau} = \frac{E}{\tau}$$

Avec $\tau = RC$

Q3.

Analyse dimensionnelle :

$$[\tau] = [R][C]$$

Avec

$$[R] = \frac{[U]}{[i]}$$

Et

$$[C] = \frac{[q]}{[U]}$$

$$[\tau] = \frac{[U]}{[i]}\frac{[q]}{[U]}$$
$$[\tau] = \frac{[q]}{[i]}$$

Avec $[i] = \frac{[q]}{[T]}$
$$[\tau] = \frac{[q]}{\frac{[q]}{[T]}}$$
$$[\tau] = [T]$$
$$[\tau] = s$$

L'unité de la constante τ est la seconde.

Q4.

Vérifions que la solution de cette équation différentielle est de la forme :

$$u_C(t) = E \times \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

-Dérivons $u_C(t)$:

$$\frac{du_C(t)}{dt} = E \times -1 \times -\frac{1}{\tau} \times e^{-\frac{t}{\tau}}$$
$$\frac{du_C(t)}{dt} = \frac{E}{\tau} \times e^{-\frac{t}{\tau}}$$

-Remplaçons $U_C(t)$ et $\frac{dU_C(t)}{dt}$ dans l'équation :

$$\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{u_C(t)}{\tau} = \frac{E}{\tau}$$
$$\frac{E}{\tau} \times e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{E \times \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)}{\tau} = \frac{E}{\tau}$$
$$\frac{E}{\tau} \times e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{E - E \times e^{-\frac{t}{\tau}}}{\tau} = \frac{E}{\tau}$$
$$\frac{E}{\tau} \times e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{E}{\tau} - \frac{E \times e^{-\frac{t}{\tau}}}{\tau} = \frac{E}{\tau}$$
$$\frac{E}{\tau} = \frac{E}{\tau}$$

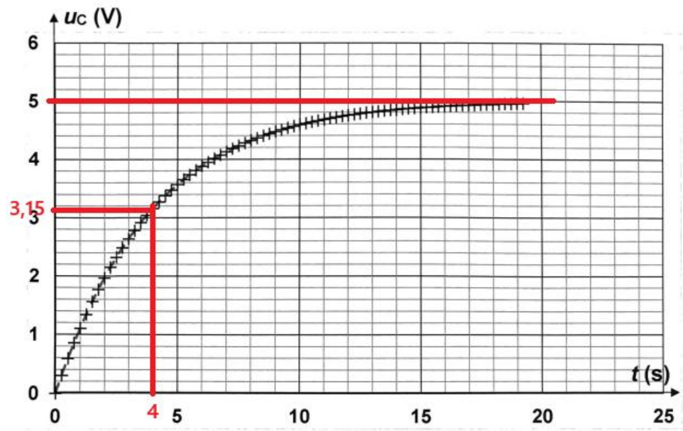
Ainsi, $u_C(t) = E \times \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ est solution de l'équation différentielle.

Q5.

τ peut être déterminée graphiquement par deux méthodes :

- ✓ $u_C(\tau) = E \times \left(1 - e^{-\tau/\tau}\right) = E \times (1 - e^{-1}) = 0{,}63E$
- ✓ On trace la tangente à la courbe à t=0 et on regarde l'abscisse du point d'intersection entre cette tangente et l'asymptote $u_C = E$ pour la charge.

Déterminons τ :
$u_C(\tau) = 0{,}63E$
$u_C(\tau) = 0{,}63 \times 5$
$u_C(\tau) = 3{,}15\ \mathrm{V}$
$\tau = 4\ \mathrm{s}$



Q6.
D'après le sujet :

- « Le temps de réponse du circuit doit être de 1 à 2 secondes. Il est alors assez long pour permettre à la puce de transmettre un code identificateur au terminal sans être trop long pour l'utilisateur »
- « On considère que le temps de réponse du circuit électronique de la puce est $t_r = \tau$. »

$t_r = \tau = 4\ \mathrm{s}$: le temps de réponse est trop long pour l'utilisateur. Ainsi, le circuit électrique réalisé ne modélise pas correctement le circuit de la puce électronique d'une carte bancaire utilisée lors d'un paiement sans contact.